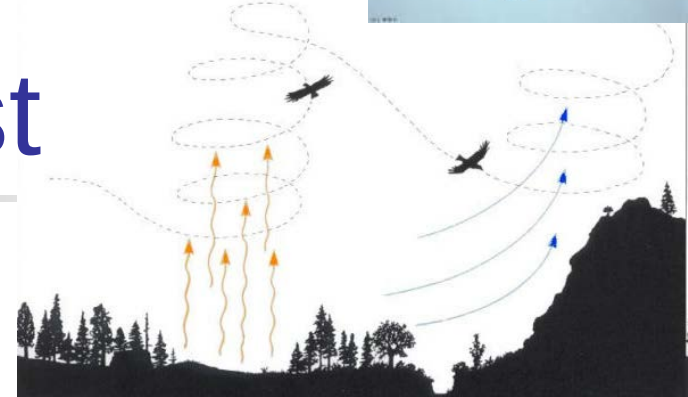


Linnulennuline ülevaade kursusest

- Sissejuhatus
- Matemaatiline põhivara
- Liikumine
 - Sündmus ajas ja ruumis
 - Liikumist iseloomustavad suurused
 - Liikumise põhivormid
 - Jõud
 - Mass, raskus ja kaal
 - Liikumishulk ehk impulss
 - Gravitatsioon
- Energia ja entroopia
- Elektromagnetism ja optika
- Põhiteadmisi kvantfüüsikast

Soaring Flight



- **Eesmärgiks** on saada ettekujutus molekulaarse (sh bioloogilise) aine ehitusest ja funktsioneerimise üldistest seaduspärasustest
- **Bioloogiline füüsika** kitsamalt uurib füüsika põhipostulaatide kehtivust ja asjakohasust bioloogiliste küsimuste lahendamisel

Liikumine

- Liikumine on looduse põhiomadusi
- Kehade liikumist ja tasakaalu uurib füüsika osa, mida nimetatakse mehaanikaks
- Viimane omakorda jaguneb
 - kinemaatikaks
 - dünaamikaks
- Kinemaatika ja dünaamika
 - Kinemaatika (kr *kinesis* tähendab liikumist) käsitleb liikumist liikumise muutuste põhjusi lahkamata
 - Dünaamika käsitleb liikumist põhjuslikus seoses liikumisolekut muutvate jõududega

Hetki Miss Valentine võistlustelt Tartus



Liikumine on universaalne

- See kõlab justkui igiliikur, mida (isoleeritud süsteemis) olla ei saaks
- Energia jäävuse seisukohalt on liikumine siiski absoluutne. Kui on energia, siis on ka liikumine
- Nt seisumassita footon või glüon ei saa põhimõtteliselt paigal seista

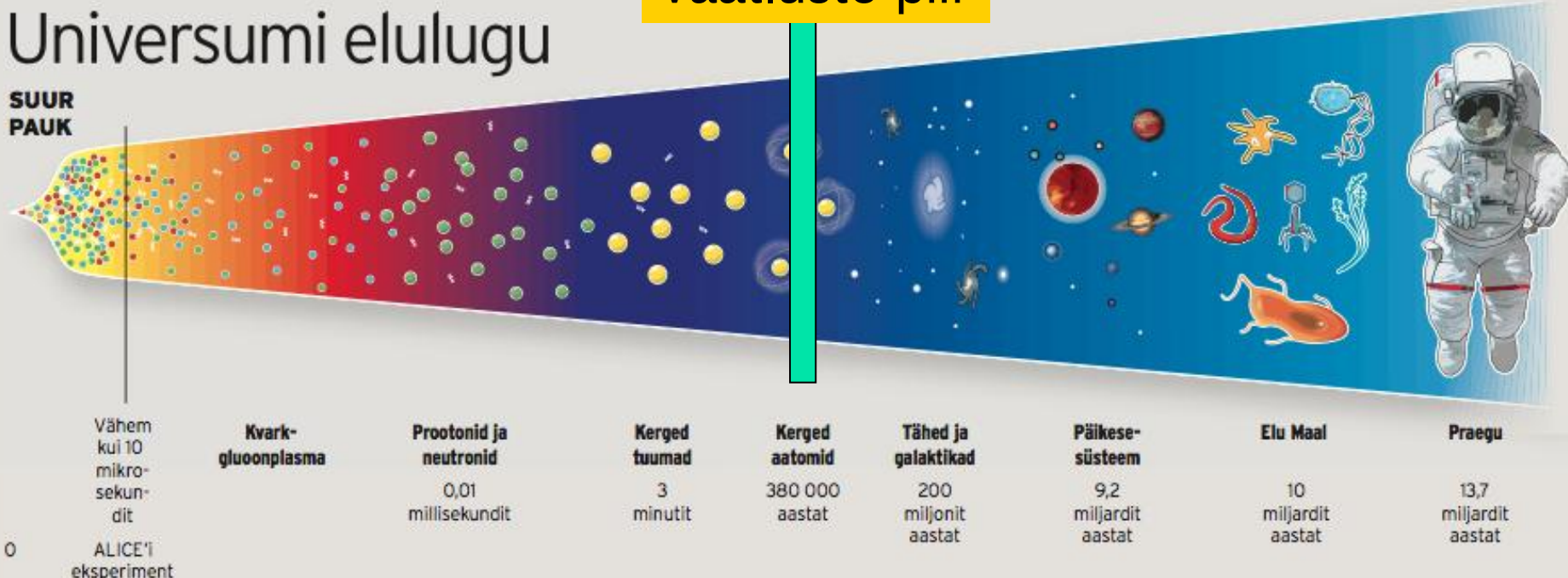
GRAAFIKA: ALARI PALUOTS

ALICE

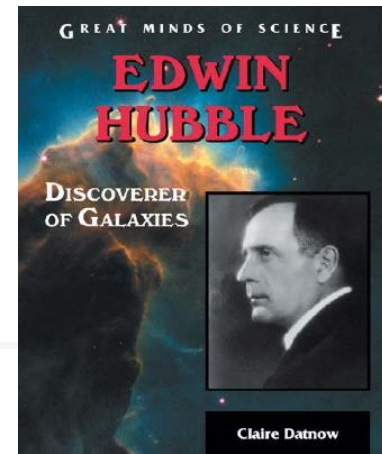
Universumi elulugu

SUUR
PAUK

Vaatluse piir



Universumi alguse ning paisumise vaatluslik alus



- Edvin Hubble (1889-1953): Mida kaugemal asub täht, seda kiiremini ta meist eemaldub (1929)
 - Tegelikult formuleeris selle seaduse esmakordselt G. Lemaitre
- See järeldub tähespektrite punanihkkest
- Meetodi nõrk koht on tähe kauguse d täpne määramine (nt parallaksi meetodil).
- Tänapäeval kasutatakse selleks supernovasid, mille heledus on üsna jääv ja kaksiktähtesid.

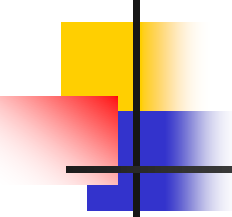
$$v = H_0 d$$

$$H_0 \approx 70.1 \frac{\text{km} / \text{s}}{\text{Mpc}}$$

Hubble enda poolt määratud konstant oli 7x suurem

$$1 \text{ pc} = 3.26 \text{ valgusaastat}$$





Liikumise kirjeldamine

- Liikumine on keha asukoha (mõõdetuna millegi (taustsüsteemi) suhtes) muutumine ajas
- Matemaatiliselt väljendame seda (ruumi)koordinaatide muutumisega ajas
- Liikumist iseloomustavad
 - Trajektoor (koordinaatide muutumine ajas)
 - Kiirus
 - Kiirendus



- Liikumise iseloomu järgi eristame
 - Kulg- ehk translatoorset liikumist
 - Pöördliikumist
 - Võnkeliikumist

Neid kolme liikumisvormi käsitleme järgnevas põhjalikumalt

Liikumise muutumise põhjus (dünaamika)



- **Dünaamika** käsitleb liikumist põhjuslikus seoses liikumise muutumist esilekutsuvate jõududega
 - Sügavamal tunnetuse tasemel on liikumine seotud energia mõistega, sellest edaspidi
- Galileist alates me teame, et seletust vajab liikumise muutus, mitte liikumine ise (liikumine ise on materiaa põhiomadus)
- Liikumine muutub vähemalt kahe objekti vastastikmõjus. Objekt võib olla ka väli
- Jõud võivad olla erinevat päritolu (mäletame 4 põhijõudu), kuid nad kõik mõjutavad liikumist ühtemoodi – tekitades kiirendust
 - Nt gravitatsioon ei ole “loomulikum”, kui mistahes teine kehadevaheline mõju
- Jõud mõjuvad distantilt

Dünaamika põhimõisted

- **Jõud** (vektor!)
- **Mass** (skalaar)
- Kulgliikumise puhul liikumishulk ehk impulss (*momentum*) (vektor!)
- Pöördliikumise puhul pöördimpulss ehk impulssmoment (*angular momentum*) (krvivireegli järgi arvutatud suunaga vektor!)

$$\vec{L} = \vec{r} \otimes m\vec{v}$$

- **Energia** ja töö
- **Võimsus**

M. Perry: If a notion bears a personal name, then this name is not the name of the discoverer.

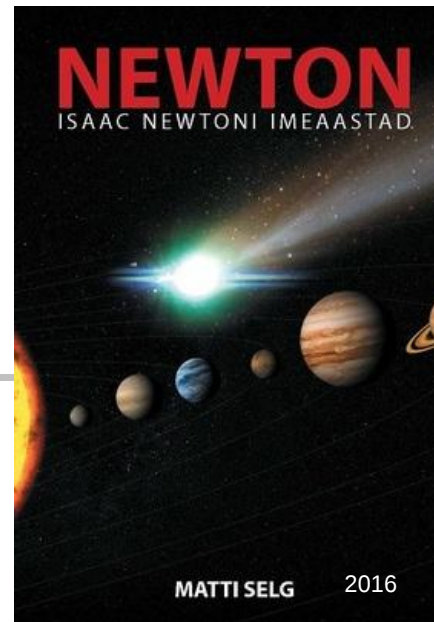


Newtoni liikumisseadused

- Dünaamilist, st jõudude mõjul toimuvat, liikumist käsitlevad kolm Newtoni seadust
- **I seadus**: Inertsiseadus (liikumisoleku jäävuse seadus)
Kui kehale ei mõju jõud, või nad on omavahel tasakaalus, siis (hõõrdumise puudumisel) ta seisab paigal või liigub sirgjooneliselt muutumatu kiirusega
 - Tegelikult Galilei printsiip, mis hiljem ekslikult Newtonile omistati
- **II seadus**: Jõud põhjustab keha kiiruse ja/või liikumissuuna muutust.
Liikumise muutumise kiirus - kiirendus - on võrdeline rakendatud jõuga ja toimub jõu suunas
- **III seadus**: Kui kehale mõjub jõud, siis peab **võrdne** ja **vastassuunaline** jõud mõjuma **teisele** kehale
- +Gravitatsiooniseadus

Isaac Newton (1642-1727)

- Tuletamaks oma kuulsaid mehaanikaseadusi lõi IN sõltumatult Leibnitzist diferentsiaal- ja integraalarvutuse (vt matemaatika peatükki)
- Eesti kultuuriloost: Helmut Piirimäe ja Ülo Lumiste andmetel tutvustas esimesena Newtoni teooriat Tartus peetud loengutes *Academia Gustavo-Carolina* (1690–1710) matemaatikaprofessor Sven Dimberg. Olime juba siis „tiigrid“!



Mac'i/Apple'i esimene logo!



Newtoni õunapuu järglane Cambridge botaanikaaias?

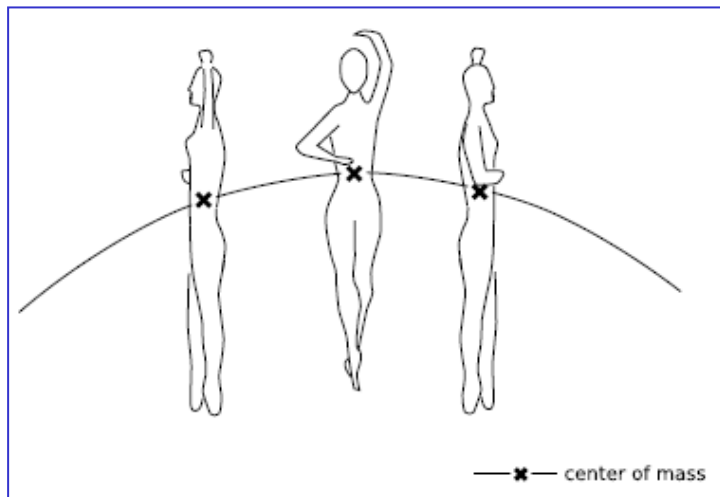
Mitmekülgse geeniusena huvitus Newton ka bioloogiast

- Mitmekülgne geenius, kuid inimesena kibestunud ja üksik
 - Vist geeniusete üldine saatus, sest ümbritsevad pahatihti ei mõista neid ja nemad omakorda ei saa aru, kuidas esimesed nii „tuhmid“ võivad olla (Gauss)
- Kuningliku Rahapaja ülemana näitas üles äärmist julmust rahavõltsijate suhtes
 - Võltsimise takistamiseks mõtles ta mh välja müntide rihvitud servad
- Newton arutles ka tõsiselt selle üle, miks kõik loomad omavad ühesugust bilateraalsset sümmeetriat:
2 silma, kaks esi- ja tagajalga jne
- Ühest vastust sellele küsimusele pole siiani



Klassikalise mehaanika (“igapäevafüüsika”) põhilihtsustused ja mudelid

- Liikumise kiirus $\ll c$
- Kehadel puudub sisestruktuur; nn materiaalne (st massiga) punkti lähendus (massiivsete ja ebakorrapäraste kehade puhul kirjeldatakse keha masskeskme liikumist)



Veel mehaanika lähendusi

- Absoluutselt kõva (deformeerimatu) keha ehk tahkis
- Täiuslikult elastne keha vastandina plastiliselt (osaliselt) deformeeruvale kehale (ignoreerides tavaelus igapäevast energia soojusena keskkonda hajumist)
- Ideaalne gaas

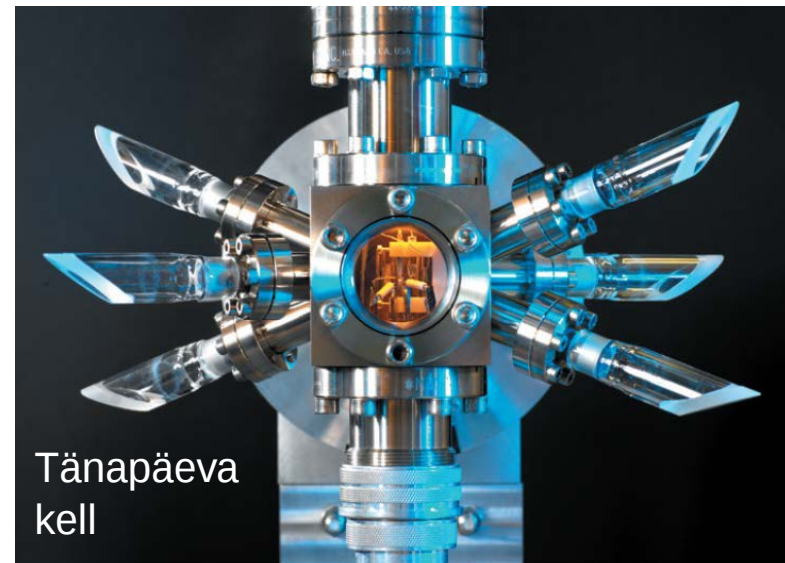
“Useful in scientific sense means that the idea has observable consequences”
Cox & Forshaw

Füüsika opereerib füüsikaliste suurustega

Füüsikaline suurus = Numbriline kordaja $\pm$ mõõteviga x Mõõteühik

- Mõõteühik (standardiseeritud: SI (1960))
 - Põhiühikud (7): Ühikud, mida ei saa tuletada teiste ühikute kaudu
 - Pikkus l (defineeritud Eukleidese geomeetrias; a 1799; (m))
 - Aeg t (füüsikaline kategooria; (s))
 - Mass m (füüsikaline kategooria; (kg))
 - Termodünaamiline/absoluutne temperatuur T (K)
 - Voolu tugevus I (A)
 - Aine kogus n (mol)
 - Valgustustugevus I_v (cd)

Sinisega on tähistatud mehaanika ühikud



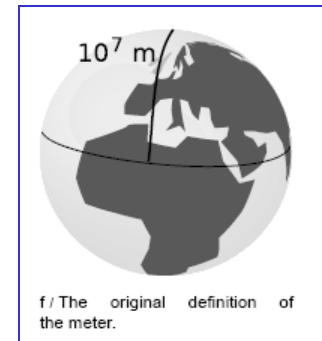
Tänapäeva
kell

A strontium-ion optical clock housed at the National Physical Laboratory in Teddington, UK.

Mehaanika põhiühikud:

Meeter, sekund ja kilogramm

- **Pikkus** (Eukleidese geomeetrias; a-st 1799; m; (l))
 - 1 m on vahemik, mille läbib valgus vaakuumis 1:299792458 s jooksul
- **Aeg** (füüsikaline kategooria; s; (t)).
Aega mõõdetakse mingi perioodiliselt korduva protsessiga.
 - Kõige täpsemad nn aatomkellad (10^{-18} Nature 6. veebruar 2014). 1 sekund on ajavahemik, mis on võrdne tseesiumi isotoobi põhiseisundi kahe peenstruktuuri nivoo vahelise ülemineku 9 192 631 770 perioodiga
 - Muistsed põlluharijad: Aastas on 365 p
 - 46. a eKr Juliuse kalender (Julius Cesari järgi): 365.25 p
 - 1582. a Gregoriuse (kes oli paavst) kalender kaotas 11 päeva
 - 1656. a leiutas Huygens pendelkella (täpsus 10 s aastas)
 - Alles tööstusrevolutsioon tõi kella sihverplaadile numbrid
- **Mass** (füüsikaline kategooria; kg; (m))
 - Ühikmass defineeritakse kuuldavasti ümber 2018.



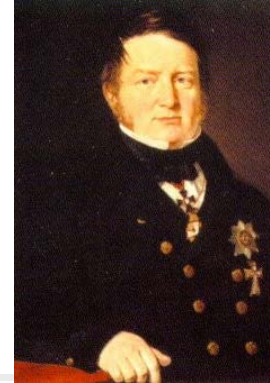
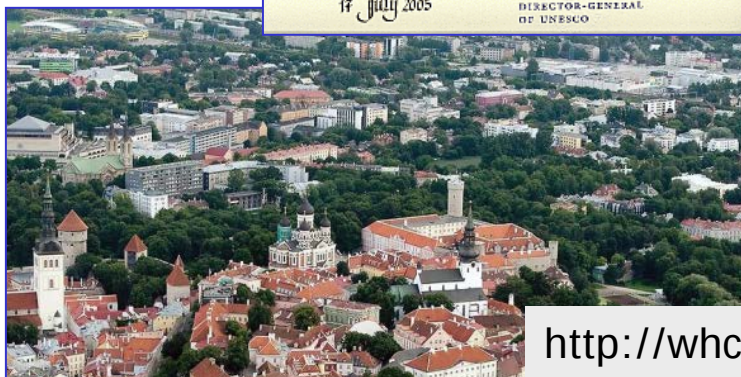
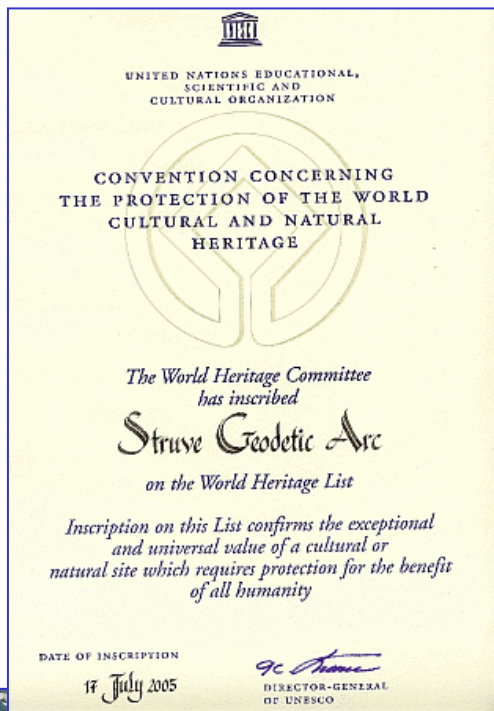
Historical *International Prototype Metre* bar, made of an alloy of platinum and iridium, that was the standard from 1889 to 1960.

Seos Eesti kultuurilooga: Struve meridiaanikaar

- Fr. G. W. Struve juhtimisel toimus aastail 1816 - 1855 meridiaankaare mõõtmine, mille eesmärgiks oli maakera kuju ja suuruse kindlaksmääramine.

Võivere ja Avanduse küla vahelisel tasasel põllualal mõõtis Struve 1827. aastal 4,5 km pikkuse baasise, mille ühte lõpp-punkti püstitati mälestusmärk

- UNESCO maailmapärandi objekt



1793-1864

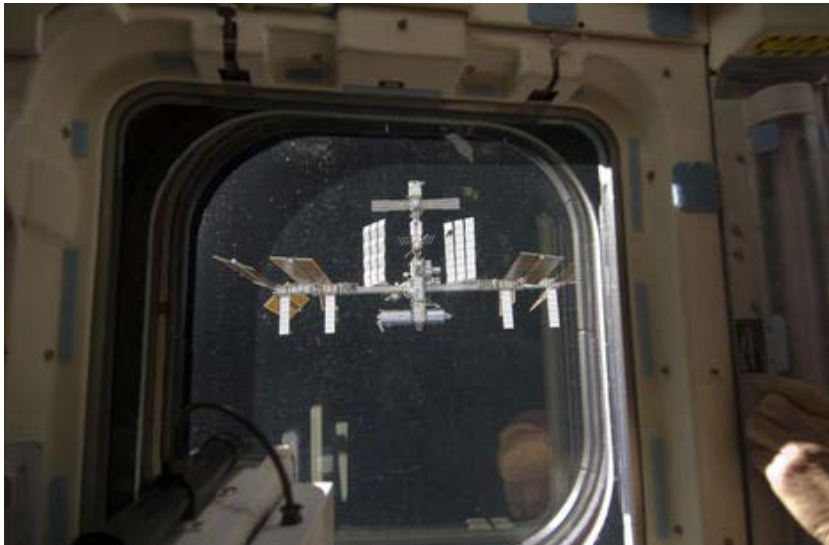


1820-1839



Tööstusrevolutsioon kui mõõtetehnika arengu mootor

- Töötlemise täpsus
 - 1800: 0.25 mm
 - 1900: 0.01 mm
 - 1950: 250 nm
 - 1970: 12 nm
 - Tänapäeval <1 nm



Rahvusvaheline kosmosejaam *Endeavour* süstikult vaadatuna
Foto: AFP / Scanpix



Vene aatomialveelaev



Turiste kosmosesse transportiv
Richard Bransoni SpaceShipTwo (Foto: Reuters)

Liikumise suhtelisus: Relatiivsuspriintiip



x / The jets are at rest. The Empire State Building is moving.

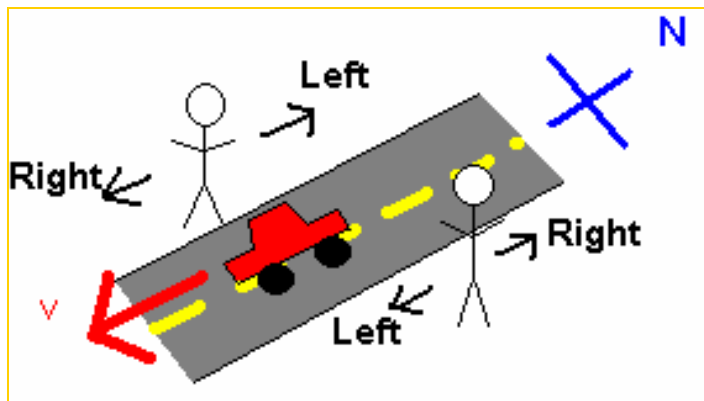
- Paigalseis ja liikumine on suhtelised mõisted ning sõltuvad vaatleja liikumisest
- “Mõistliku” (Lev Landau väljend) taustsüsteemi probleem.
Mõistlik on selline taustsüsteem, kus liikumine iseenesest ei teki (inersiaalsüsteem)
- Inersiaalsüsteeme, mis liiguvad üksteise suhtes ühtlaselt ja sirgjooneliselt on lõpmatu hulk.
Kõik nad on samaväärsed (neis kõigis toimivad füüsikaseadused ühtemoodi)
 - Inersiaalsüsteem võib olla ka vabalt langev
- Katseliselt tuvastatavat absoluutset liikumist pole olemas.
Liikumine on alati suhteline.
Selles seisneb Galilei relatiivsuspriintiip (põhimõte)

*Tiibeti vanasõna:
Mees ütleb: aeg möödub,
aeg ütleb: mees möödus.*

Sündmus ruumis ja ajas

Ruumis kirjeldamine on suhteline

- Kes liigub, buss või lehvitav vanaema?
- Samuti sõltub nt parema või vasaku poole määratlus vaatelejust
 - Meile Läänemeri, sakslastele Idameri

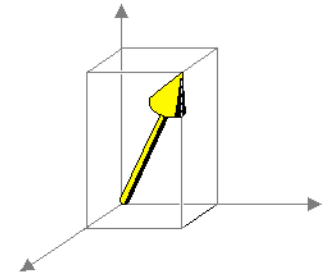


“Meie aeg”

■ Ajas aga absoluutne selles mõttes, et

- Minevik ja tulevik on kõikide jaoks ühesugune (kl füüsika seisukoht)
- Seotud nn põhjuslikkuse printsiibiga, mis ütleb, et tagajärg ei saa eelne da tagajärge tingivale põhjusele (kvantfüüsika lubab erandid)

Klassikaline ruum on 3D

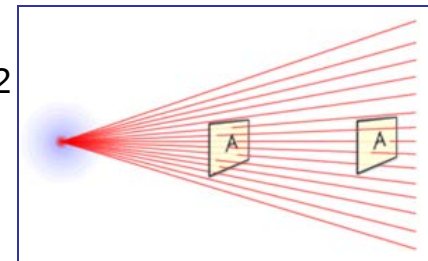


- Me ei tea miks, kuid

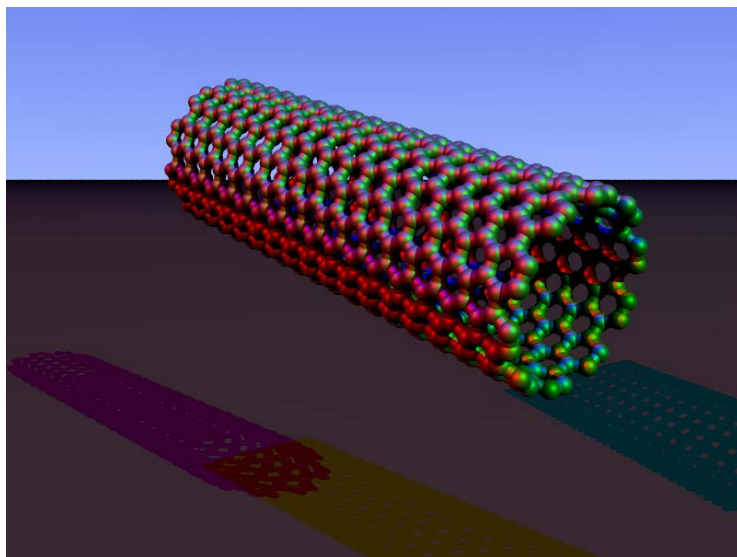
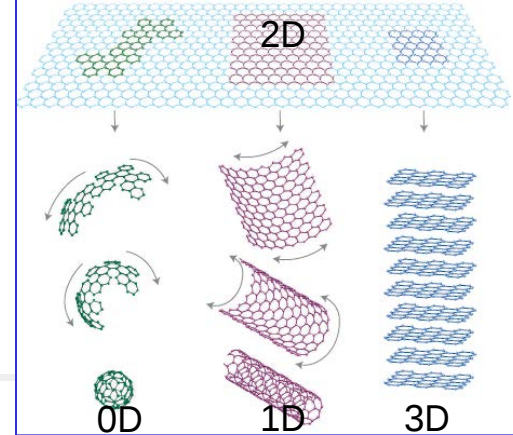
- Fikseerides aja dimensiooniks 1 ja kasvatades ruumi dimensiooni 3-st suuremaks, näitas Paul Ehrenfest 1920. a, et planeetide orbiidid ümber nende päikeste ja tähtede orbiidid galaktikate keskpunti suhtes muutuvad ebastabiilseks
- Sama juhtub elektronidega aatomis
Nad kas kukuvad tuumale või hajuvad ruumis
(F. R. Tangherlini, 1963)

- Kaudne kinnitus

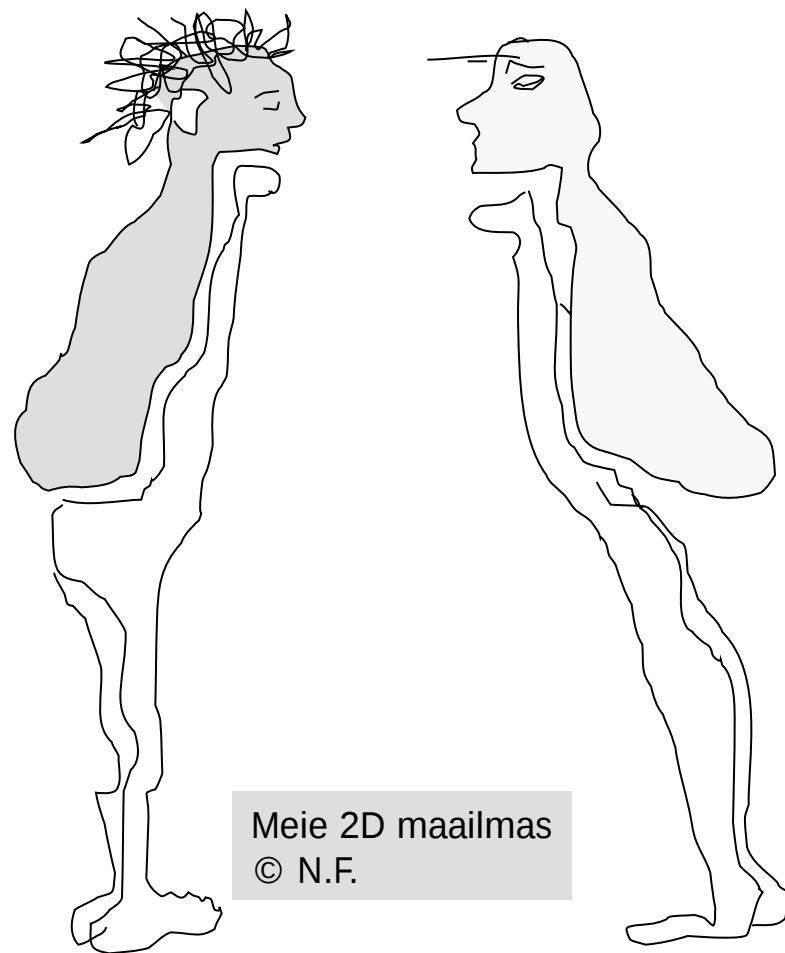
- N -dimensionaalses ruumis muutub gravitatsiooniline tõmme kahe keha vahel, mis on üksteisest kaugusel r pöörvõrdeliselt suurusega r^{N-1}
- Kontroll kosmilistel vahemaadel ja ka väikestel kaugustel (vähemalt kuni 1 mm) kinnitab järjekindlalt $1/r^2$ sõltuvust. Siit $N=3$
- Miks $1/r^2$? Sellepärast, et sfääri pindala, mida gravitatsiooniväli läbib, kasvab $\sim r^2$



Evolutioon on arvestanud 3D ruumiga



Meie 3D maailmas

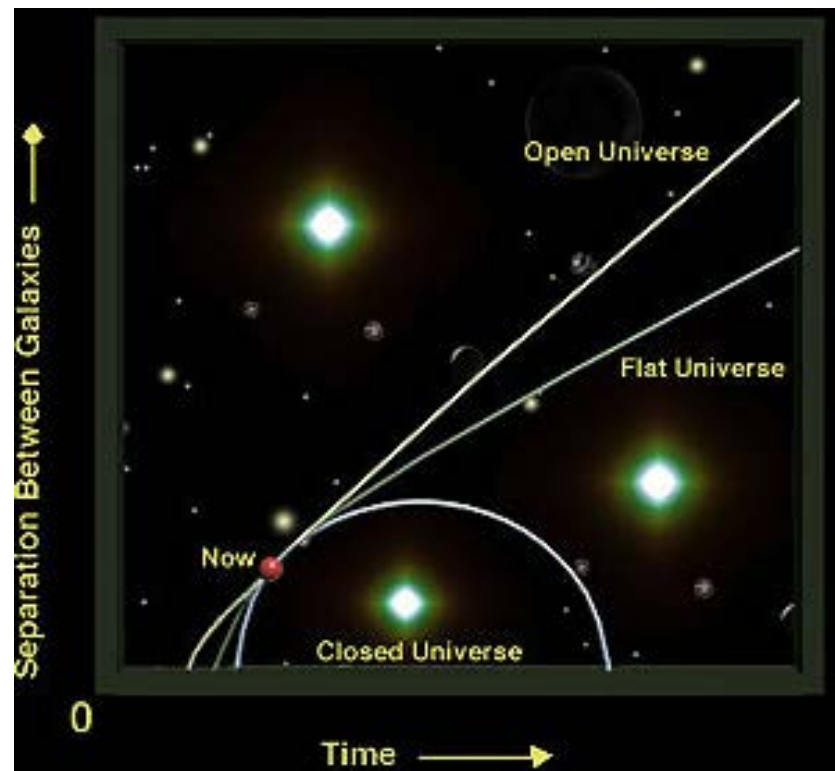


Meie 2D maailmas
© N.F.

Aeg

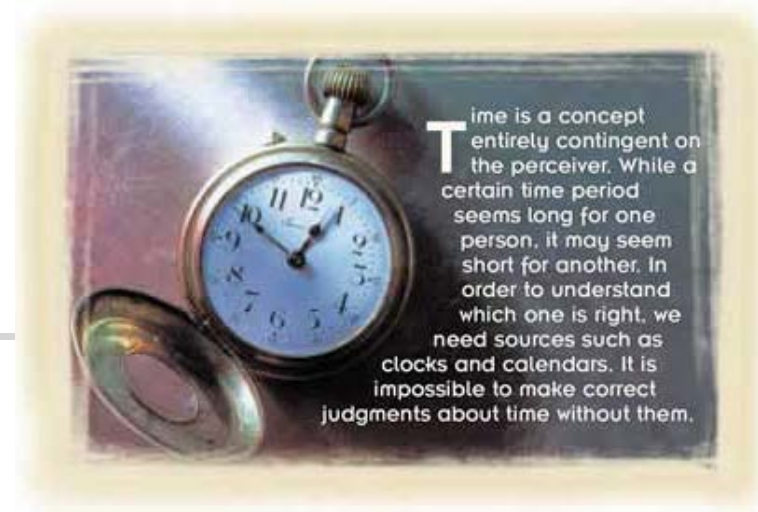
- Aeg kui
 - jooksev aeg ehk ajahetk (t)
 - ajavahemik e intervall (Δt)
- Kaasaegsete arusaamade järgi on ajal algus. Aja lõpus ei olda nii kindlad
- Pole olemas absoluutset (taustsüsteemist sõltumatut) aega
- Ajavahemik/intervall võib sõltuvalt kella liikumise kiirusest venida (*time dilation*)

$$\Delta t' = \gamma \Delta t = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



Inimese ajataju on väga subjektiivne

- Kuhugi minek võtab alati rohkem aega, kui tagasitulek
- Gaskell: Potis, millel tuleb silma peal hoida, ei lähe vesi kunagi keema
 - see tähelepanek on muuseas kooskõlas kvantteooriaga



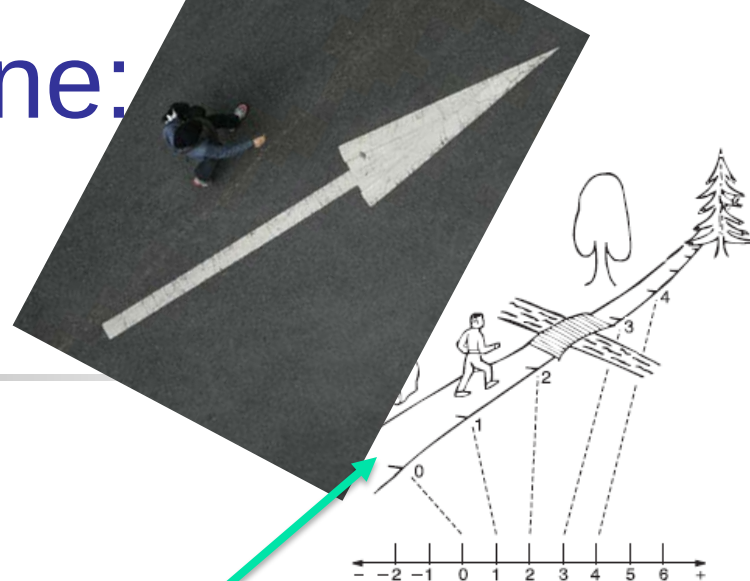
- Zall: See, kui pikk on minut, sõltub sellest, kummal pool tualettruumi ust te olete
- Jalgpallimatsi viimane minut kestab tund aega
- Einstein: Put your hand on a hot stove for a minute, and it seems like an hour
Sit with a pretty girl for an hour, and it seems like a minute
That's relativity

Liikumise kirjeldamine: Koordinaadid

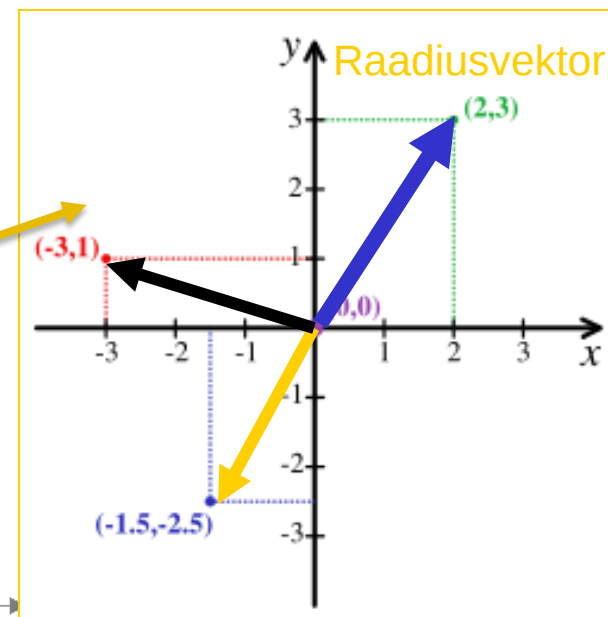
- Koordinaadid on arvud, mis määravad keha kauguse mingitest kindlaksmääratud kohtadest – koordinaattelgedest (vektorid), millel on alguspunkt ja suund (+ või -)

- 1D ruumis (joonel) on asendi määramiseks vaja ainult 1 arvu
- 1D liikumine võib olla ka kõveral liikumine, nt piki rada või DNA ahelat (igat kõverat saab sirgetega lähendada)
- 2D (tasapinnal) 2 arvu
- 3D (ruumis) 3 arvu
- Üldjuhul, N-mõõtmelises ruumis N arvu

Mitme dimensionaalne on punkt?



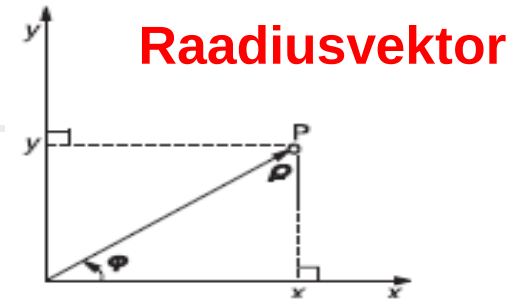
Joonis 1.4. Ühemõõtmeline koordinaadistik, kui ühemõõtmelise liikumise mudel.



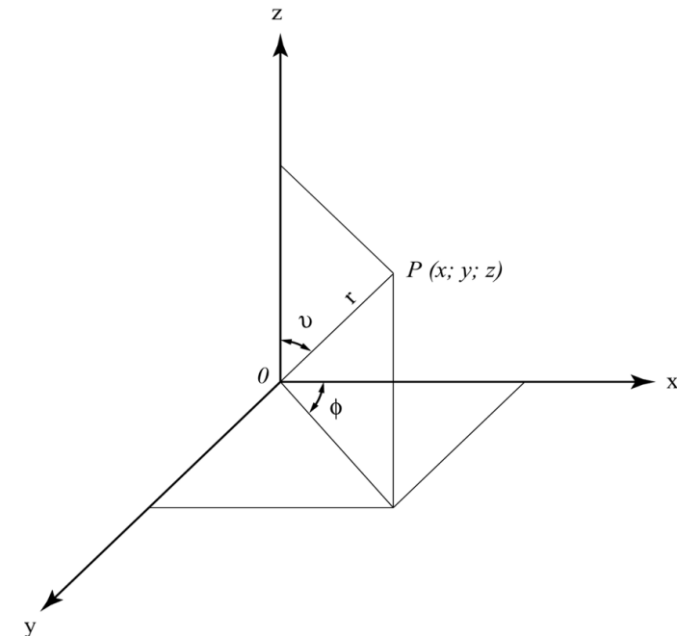
Cartesiuse e ristkoordinaadistik

Ristkoordinaadistik pole ainus võimalus

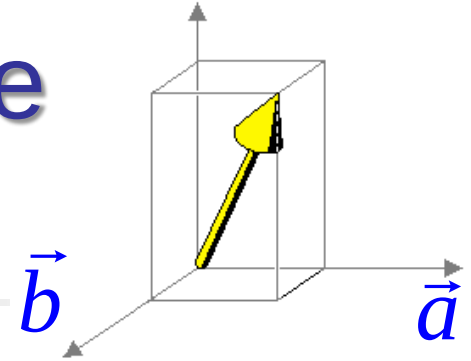
- Polaarkoordinaadid sobivad hästi tsentraalsümmeetriliste **tasapinnal** toimuvate liikumiste kirjeldamiseks (kartograafia)
- **Kerakujuliste** objektide (aatomid, molekulid) puhul kasutatakse laialdaselt **sfäärilisi koordinaate**
- Silindriliste puhul **silindrilisi koordinaate** jne



Joonis 1.9. Punkti P Cartesiuse (x,y) ja polaarkoordinaadid (ρ, φ) .



Koordinaatide ja liikumiste sõltumatus



- Koordinaadid on arvud, mis määravad keha kauguse mingitest kindlaks määratud kohtadest - koordinaattelgedest
- Koordinaadid peavad olema üksteisest sõltumatud
- Teine moodus seda öelda on, koordinaatteljed asetsevad omavahel risti
- Kolmas, et nad on ortogonaalsed

- Ortogonaalsuse vajalik ja piisav tingimus: Teljevektorite skalaarkorrutis=0

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \alpha = 0$$

- See vajalik, sest siis ja ainult siis on liikumised erinevate koordinaatide suunas üksteisest sõltumatud

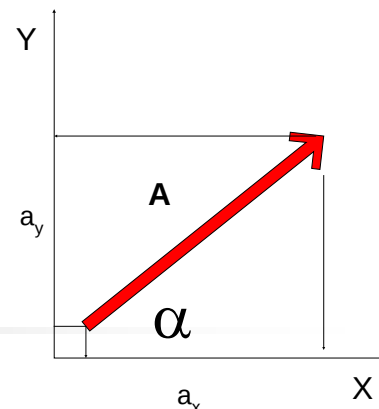
Läbitud tee ehk nihke vektor

Vektori pikkus ei sõltu koordinaatsüsteemist.

Seega võib iga ruumipunkti käsitleda kui alguspunkti. Kõik on vaid mugavuse küsimus

- **Nihkevektori** (*shift*) koordinaadid on tema lõpp- ja algpunktide vahed:
- Nihkevektor on avaldatav koordinaattelgede suunaliste ühikvektorite ($\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{z}$) kui **baasi** kaudu
- Vektori **A projektsioonid** vastavatele telgedele:
- **Vektori pikkus ehk moodul** leitakse avaldisest:

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$



$$a_x = x_{\text{lõpp}} - x_{\text{algus}}$$

$$a_y = y_{\text{lõpp}} - y_{\text{algus}}$$

Lihtsustub, kui $x_a, y_a = 0$

$$a_x = x_{\text{lõpp}}$$

$$a_y = y_{\text{lõpp}}$$

$$a_x = |\vec{A}| \cos \alpha$$

$$a_y = |\vec{A}| \sin \alpha$$

Kuidas avaldub vektori pikkus kolmemõõtmelises ruumis?

Pildid kujutavad võrdsete ajavahemike tagant tehtud hetkvõtted, mis seejärel on kokku miksitud
Mis toimub?

Liikumise trajektoor



- Liikumine on keha asukoha (st koordinaatide) muutumine ajas
- Erinevatel ajahetkedel saadud asukoha üleskirjutus on keha trajektoor
- Trajektoor koosneb diskreetsetest punktidest
- Trajektoori matemaatilisel üldistusel saame pideva liikumisvõrrandi
 - Nt kujul $s=s(t)$
- Liikumised eri koordinaatide suundades on sõltumatud (katseline järeldus, mis ühtlasi näitab koordinaatide õiget valikut)

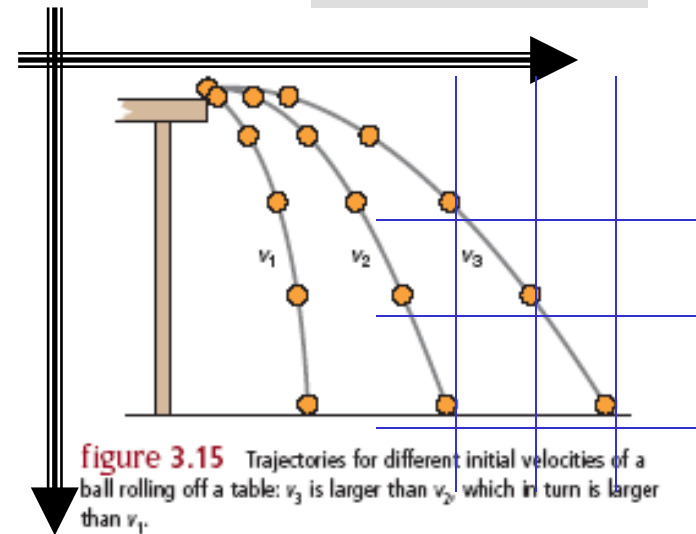


Näide: Liikumised koordinaatide eri suundades on sõltumatud

- Galilei (1564-1642) inertsiseaduse väljendus:
Kui kehale ei mõju jõud, siis liigub ta ühtlaselt ja sirgjooneliselt või seisab paigal
 - Lahendas mh vanade kreeklaste suure probleemi: Miks nool lendab edasi ka peale vibunöörilt lahkumist?
- Horisontaalsuunaline kiiruse komponent ei muutu ajas ((õhu)takistuse puudumisel)
St horisontaalkiirus laualt lahkumise hetkel ja kuuli pörkel maaga on võrdsed
- Vertikaalne kiirus v_v kasvab (miks?)
vahemaaga kui

$$v_v = v_v(0) + gt = gt$$
$$v_v(0) = 0$$

$$s_h = v_h t \propto t$$



$$s_v = h = \frac{g}{2} t^2$$

Trajektoori kuju?

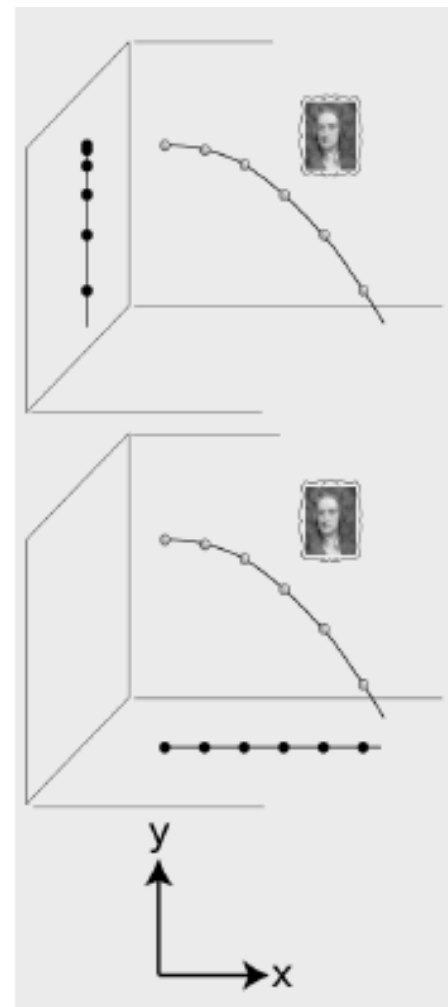
Liikumisvõrrand



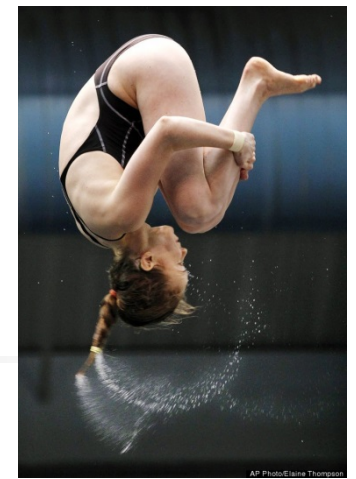
- Trajektoori koosneb diskreetsetest punktidest
- Trajektoori matemaatilisel üldistusel saame pideva liikumisvõrrandi
- Liikumised eri koordinaatide suundades on sõltumatud, st üldjuhul võib liikumisvõrrandit käsitleda kui 3-st võrrandist koosnevat võrrandisüsteemi

$$\vec{s}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

- $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ on liikumisvõrrandi ajast sõltuvad projektsioonid vastavatele telgedele

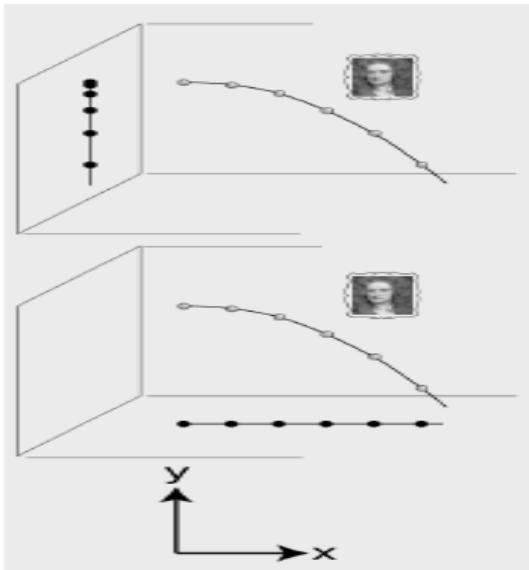


Liikumist iseloomustavad kiirus ja kiirendus (vektorid!)



- Trajektoori matemaatilisel üldistusel saame pideva liikumisvõrrandi

$$\vec{s}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$



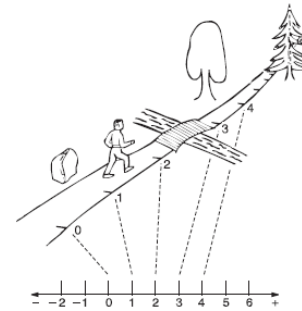
- Liikumisvõrrandi esimest tuletist aja järgi nimetatakse kiiruseks
 - Kiirus näitab, kui kiiresti liigub keha antud ajahetkel
- Liikumisvõrrandi teist tuletist aja järgi (kiiruse esimest tuletist) nimetatakse kiirenduseks
 - Kiirendus näitab kiiruse muutumise kiirust antud ajahetkel

04.04.15: Iitaallane Simone Origone saavutas suuskadel mäest alla sõites uueks tippkiiruseks 252,632 km/h.

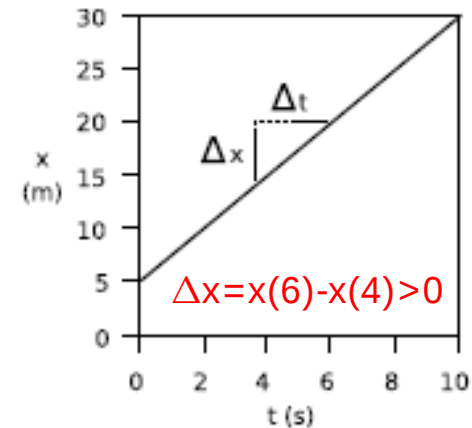


Liikumise kirjeldamine: Kiirus

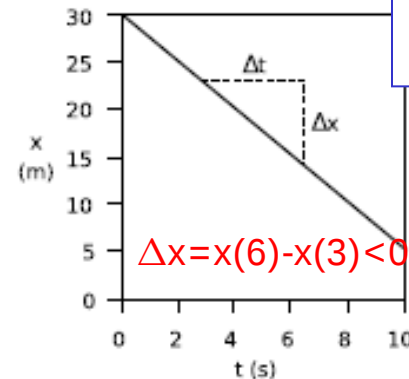
- **Kiirus** on füüsikaline suurus mida mõõdetakse ajaühikus läbitud teepikkusega (liikudes kokkuleppelise + või - suuna poole)



Joonis 1.4. Ühemõõtmeline koordinaadistik, kui ühemõõtmelise liikumise mudel.



o / Motion with constant velocity.



p / Motion that decreases x is represented with negative values of Δx and v.

Lihtsaimad liikumisvõrrandid. Iseloomustage liikumist

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Ebaühtlase liikumise kiirus ja kiirendus

Kiirendusega liikumise kiirus sõltub ajast

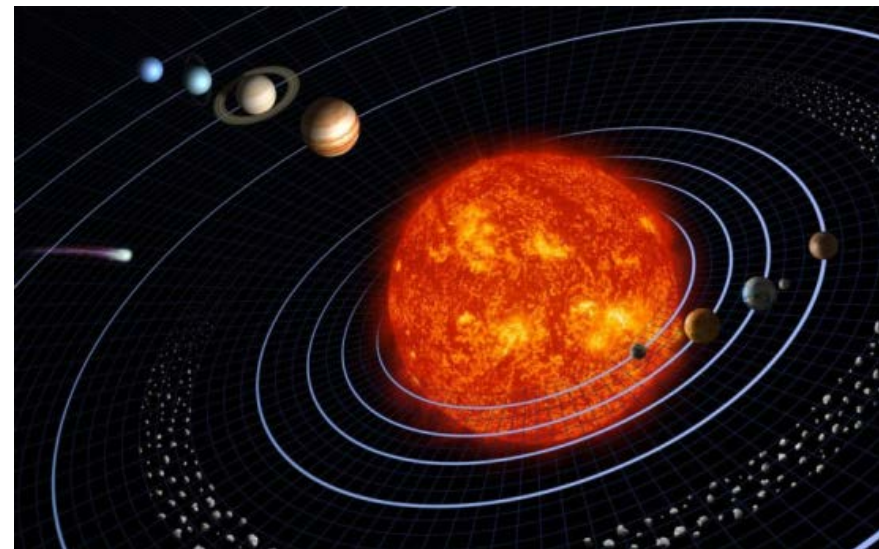
$$v(t) = v_0 + at$$

Selles valemis $a = \text{const.}$

Aga nt pendli võnkumisel $a \neq \text{const.}$

- Liikumise kiirendus on füüsikaline suurus (**vektor!**), mida mõõdetakse kiiruse muutusega ajaühikus (m/s sekundis ehk m/s²)
- Ka ühtlase puutujasuunalise (tangentsiaalse) kiirusega ringjoonel liikumine on kiirendusega liikumine, sest kiiruse suund (kiirus on vektor!) ruumis pidevalt muutub

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} v = \frac{d}{dt} \left(\frac{ds}{dt} \right) = \frac{d^2 s}{dt^2}$$



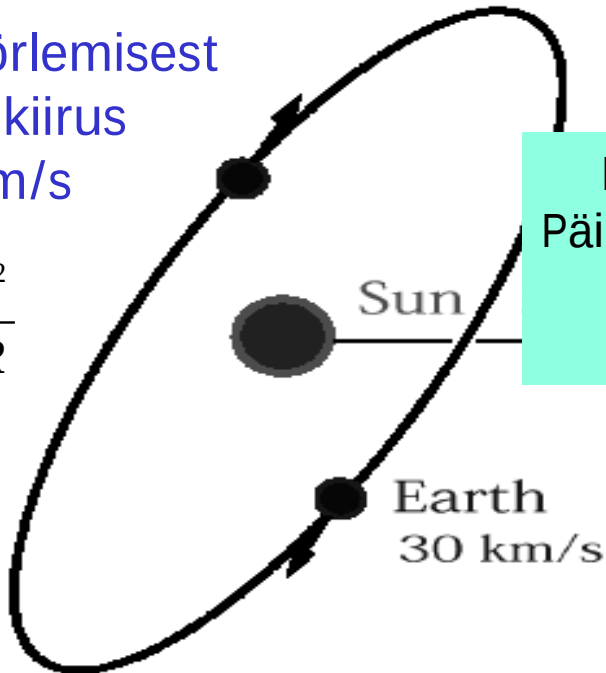
Ei saa tõsi olla, et me kiirust ei taju!?



2 tunniga Londonist New Yorki
Helikiirust 3,6 korda ületava
lennuki SonicStar (Briti firma
HyperMach) katselend on
planeeritud juuniks 2021. Lennuk
lendab 19 kilomeetri kõrgusel
kiirusega kuni 3900 km/h.

Maa pöörlemisest
tingitud kiirus
0.465 km/s

$$a_R = \frac{v^2}{R}$$



NASA kosmoselaev IBEX mõõtis 2012. a
Päikese kiiruseks tähtedevahelise pilve suhtes
23,3 km/s ehk ~10 x vähem kui varem
arvatud.

Kiirust tajume silmadega,
kiirendust aga kehaga.
Kiirenduse muutus on meie
meelte jaoks katastroof.

Erinevalt kiirusest tajume me kiirendust eksimatult

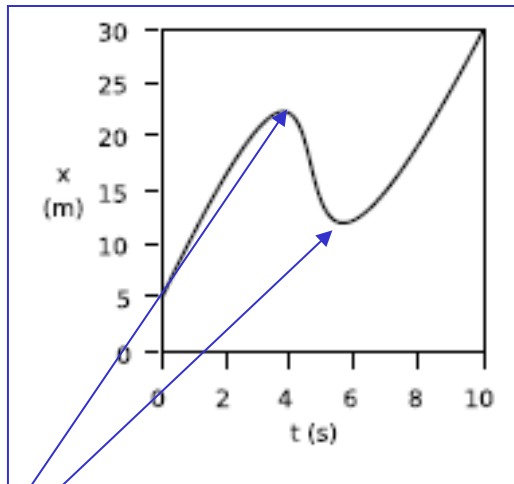
- Tegemist on hävituslenduriga. Kirjeldage kuidas lennuk liigub



Ebaühtlase kiirusega (kiirendusega) liikumise graafiline esitus

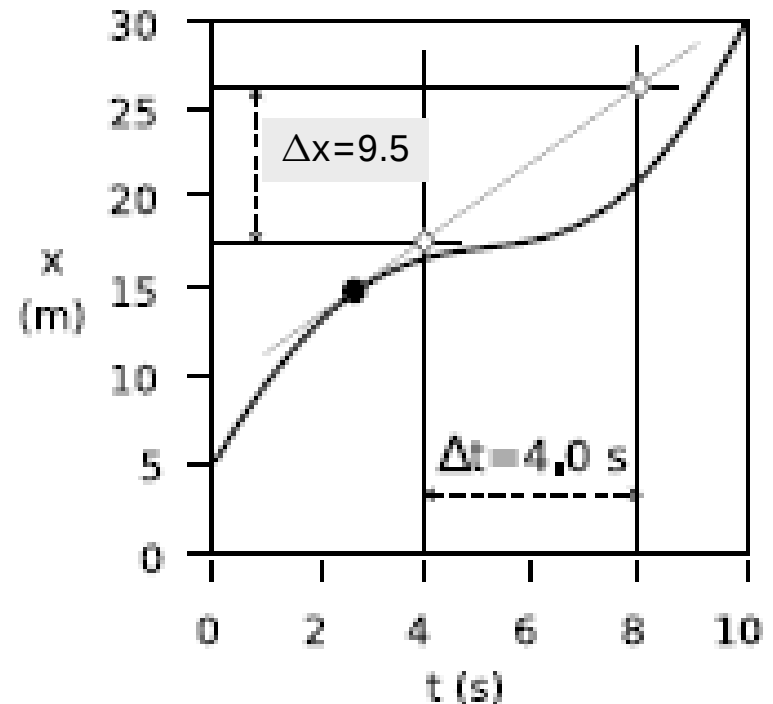
- Kiirus on füüsikaline suurus (**vektor**!), mida mõõdetakse ajaühikus läbitud teepikkusega
- Kui kiirus ajas muutub, on tegemist **kiirendusega** liikumisega

Tunneme ära sellest, et läbitud tee pikkus ei ole lineaarne funktsioon ajast



Mis siin toimub?
Kuidas neid funktsiooni
punkte nimetatakse?

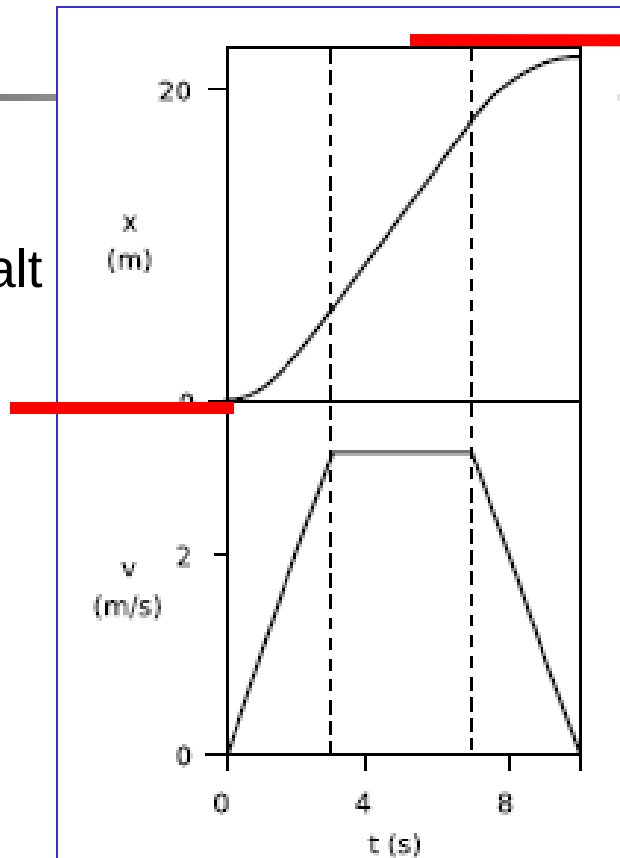
Kuidas leida erinevatele
ajahetkedele vastavat kiirust?



Ebaühtlane liikumine

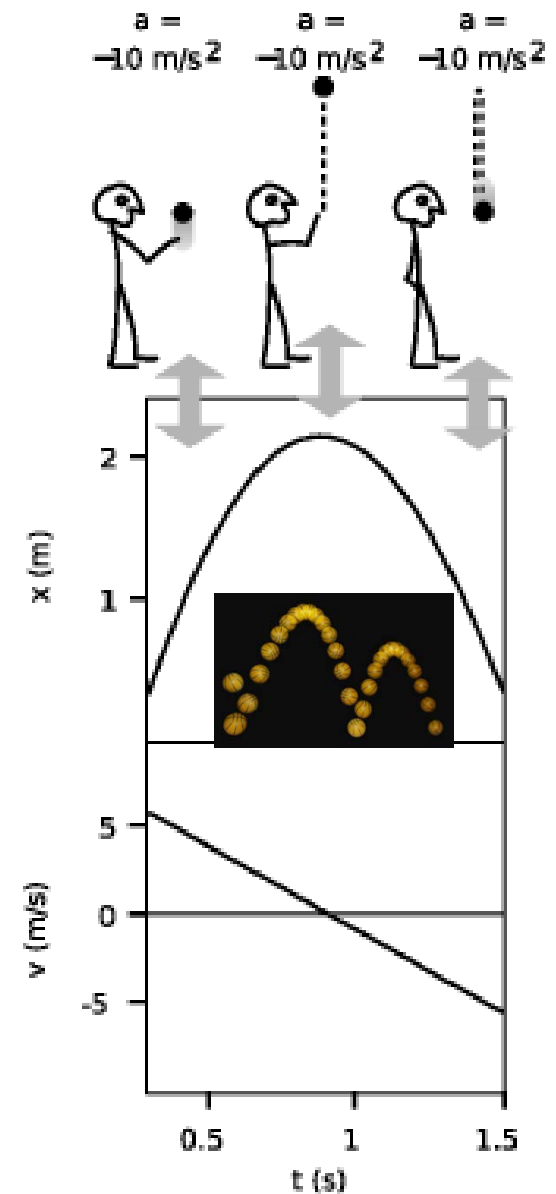
■ Mis toimub?

- pakkuje vähemalt kolm võimalust



z / Graphs of x and v versus t for a car accelerating away from a traffic light, and then stopping for another red light.

Täiendage graafikuid kiirendusega!



i / The balls acceleration stays the same — on the way up, at the top, and on the way back down. It's always negative.

Läbitud tee leidmine kiirendusega liikumisel: Konstantne kiirendus

- $v \neq \text{konst.}; a = \text{konst.}$

$$a = \text{const.}$$

$$v(t) = at$$

$$ds = v(t)dt$$

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt =$$

$$\int_{t_1}^{t_2} at dt = a \int_{t_1}^{t_2} t dt =$$

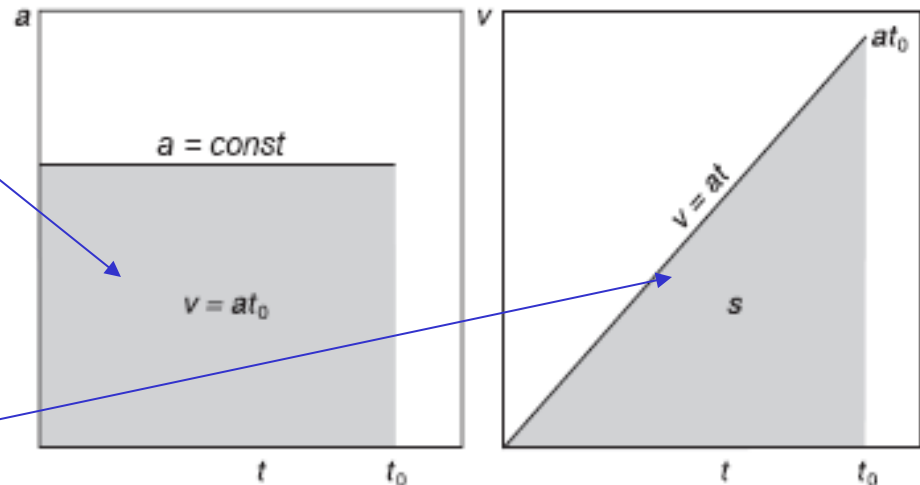
$$\frac{at_2^2}{2} - \frac{at_1^2}{2} = \frac{a}{2}(t_2^2 - t_1^2)$$

$$v = \text{const.}; a = 0$$

$$s = vt$$

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v dt =$$

$$v \int_{t_1}^{t_2} dt = vt \Big|_{t_1}^{t_2} = v(t_2 - t_1) = v\Delta t$$



Joonis 2.6. (a) Konstantse kiirenduse sõltuvus ajast. (b) Ühtlaselt kiirenevalt liikuva keha kiiruse sõltuvus ajast. Alghetkel asub keha koordinaatteljestiku algpunktis.

Liikumisvõrrandiks on ruutvõrrand

Konstantse kiirendusega liikumisel läbitud tee ja sellele kulunud aeg

$$v(t) = v_0 + at \quad a = \text{const}$$
$$ds = v(t)dt$$

$$s = \int (v_0 + at)dt = v_0 t + \int atdt = v_0 t + a \int tdt = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Aja leidmiseks tuleb lahendada ruutvõrrand

$$\frac{at^2}{2} + v_0 t - s = 0 \triangleright t^2 + \frac{2v_0}{a}t - \frac{2s}{a} = 0$$

$$t = -\frac{v_0}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0}{a}\right)^2 + \frac{2s}{a}}$$

II j liikumisvõrrand $s=s(t)$ omab üldjuhul nii vaba- kui lineaarset liiget

Ruutvõrrandi lahendamine:

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

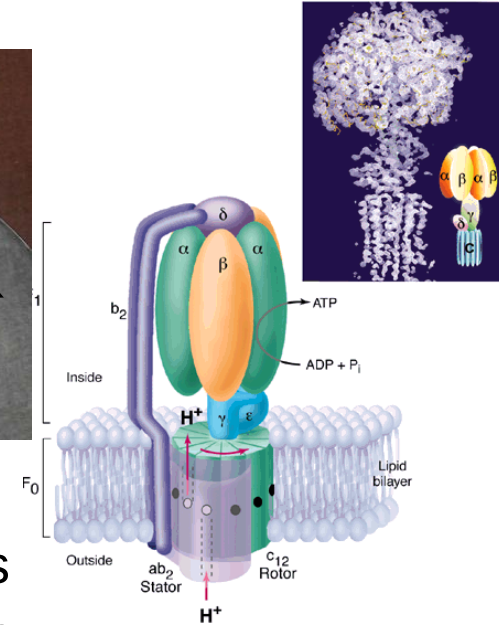
$$v_0 = 0$$

$$s = \frac{at^2}{2} \quad t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

$$v = at = a\sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{2as}$$

Pöördliikumine

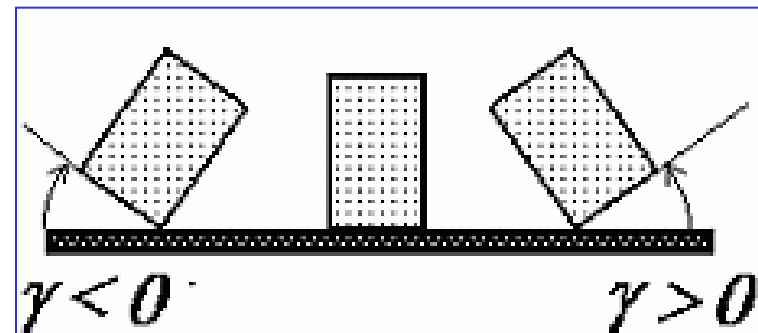
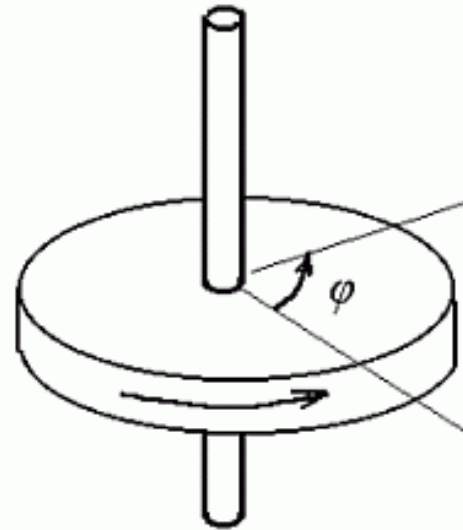
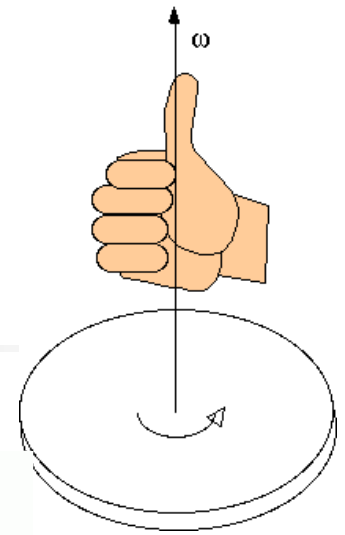
- Liikumine on **kulgev**, kui vabalt liigutatav keha muudab oma **asukohta**
- Liikumine on **pöörlev**, kui keha on **pöörlemisteljele** kinnitatud ja võib seetõttu vaid pöörduda, muutes oma **ruumilist orientatsiooni** (**asendit ruumis**)
- Erijuht üldisest kõverjoonelisest liikumisest



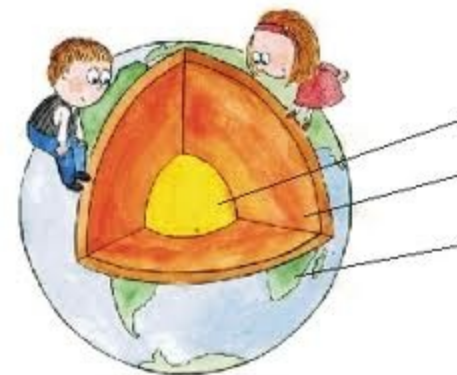
- (Vesi)ratas
- Tsentrifuug
- Elektrimootorid, turbiinid, generaatorid
- Güroskoobid, vurrid
- Kuulid ja mürsud (**miks?**)
- Tuuleveskid
- Spordivahendid (ketas, vasar, pallid): nn *top spin* löök
- Flagellamootorid (üks molekulaarmootorite liike)
- ATP süntaas

Pöördenurga märk

- Keha saab teljel pöörata kas ühele või teisele poole nurga φ võrra
- Üht neist pöördeist tuleks lugeda positiivseks, teist negatiivseks
 - See tuleb kokku leppida
- Kokkulepe on selline, et positiivseks (+) loetakse pööret vastu kellaosuti liikumise suunda



Tasanurk ja ruuminurk



- **Tasanurka** mõõdetakse **radiaanides** (rad), mis on dimensioonitu suurus: m/m

$$\beta = \frac{\text{kaarepikkus}}{\text{raadius}} = \frac{b}{R}$$

- **Radiaan** on nurgamõõdu ühik, mis on võrdne ringjoone raadiuse pikkusele kaarele toetuva kesknurgaga

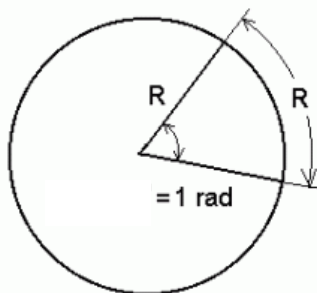
Ringjoone pikkus : $2\pi R$

Sellele vastab tasanurk : $\frac{2\pi R}{R} = 2\pi \text{ rad}$

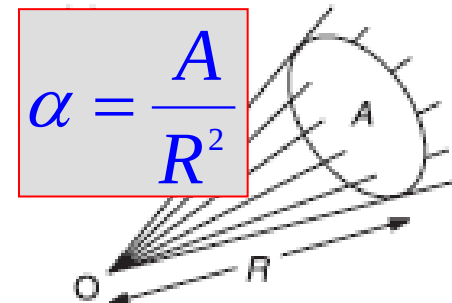
1 täispööre : 360 nurgakraadi

$1 \text{ rad} = \frac{360}{2\pi} = 57.3 \text{ nurgakraadi}$

$1 \text{ kraad} = 0.01745 \text{ rad}$



- **Ruuminurka** mõõdetakse **sterradiaanides** ($\text{sr} = \text{m}^2 / \text{m}^2$)
- On kera pinna pindalale A vastav nurk



- 1 sr on tipuga kera keskpunkti toetuv ruuminurk, mis haarab kera pinnal raadiuse ruuduga võrdse pindala
- Kogu ruum on 4π steradiaani, sest

$$\alpha = \frac{A}{R^2} = \frac{4\pi R^2}{R^2} = 4\pi$$

Ringliikumise kiirus (vektor!)

- Ringjoonelist liikumist iseloomustab **kaks kiirust**
 - Nurkkiirus ka nurksagedus (vektor!), mida mõõdetakse ühikutes rad/s
 - 1 täispööre sekundis = $2\pi/s$
 - Puutujasuunaline ehk tangentsiaalne (nihke)kiirus, on samuti vektor.
Tema väärtust mõõdetakse nagu ikka ühikutes m/s

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

Pöördenurk ühtlase nurkkiiruse korral

$$\varphi = \omega t$$

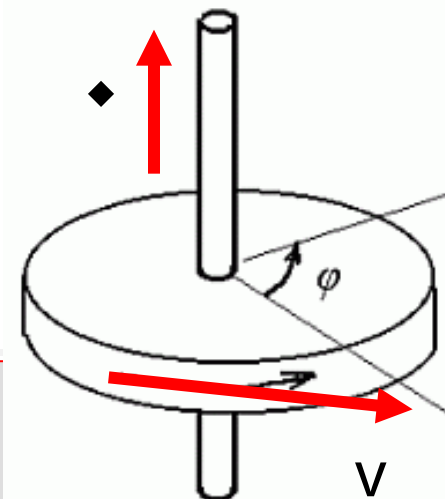
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi \nu r = \omega r$$

T on ühe täispöörde tegemiseks kuluv aeg

$$T = \frac{1}{\nu}; \quad \omega = 2\pi \nu$$

ν on sagedus

ω on nurksagedus

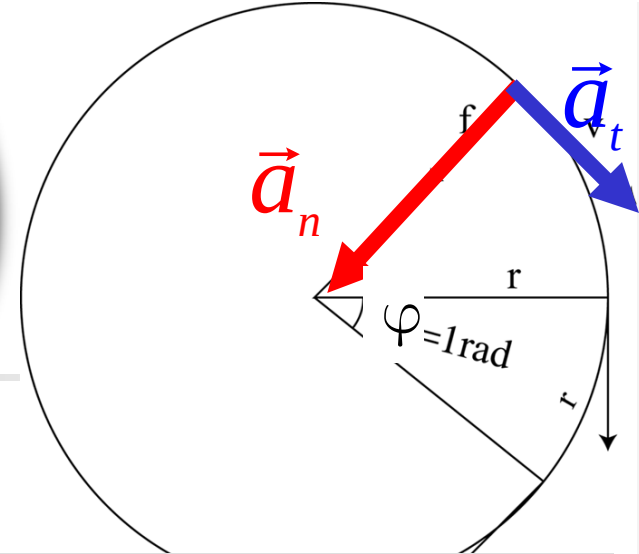


Pöörlemissagedusele 1 tiir/s
vastab nurkkiirus 2π rad/s

Ringliikumise kiirendus



- Igasugune kõverjooneline liikumine, sh ringliikumine on kiirendusega liikumine
- Ringjoonelist liikumist iseloomustavad kaks kiirenduse vektorit
 - **Radiaalkiirendus** ehk **normaalisuunaline** (liikumisega risti toimiv) kiirendus (m/s/s)
 - **Puutujasuunaline (tangentsiaalne) (nihke)kiirendus** (m/s/s)
- Ühtlase ringjoonelise liikumise tangentsiaalne kiirendus=0, aga radiaalkiirendus mitte!
- NB! Kiirenduse vektor osutab mõjuva jõu suunda, mitte liikumise suunda



Summaarne kiirendus

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$$

$$\vec{a} = \vec{a}_n, \text{ kui } \vec{a}_t = 0$$

$$a_n = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2\pi v}{T}$$

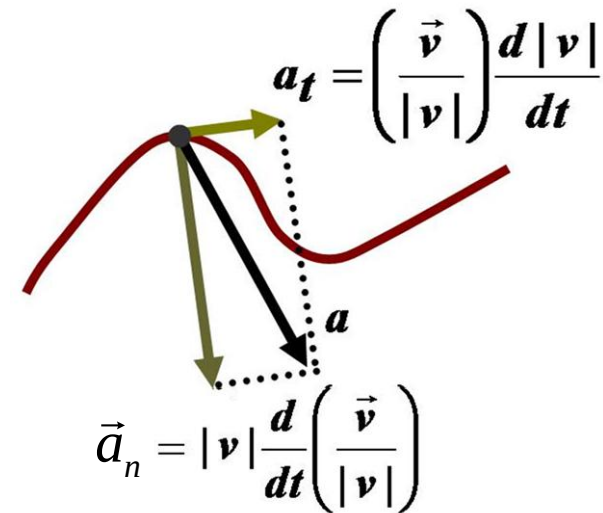
$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

Kiiruse ja kiirenduse vektorid

üldjuhul: Kõverjooneline liikumine

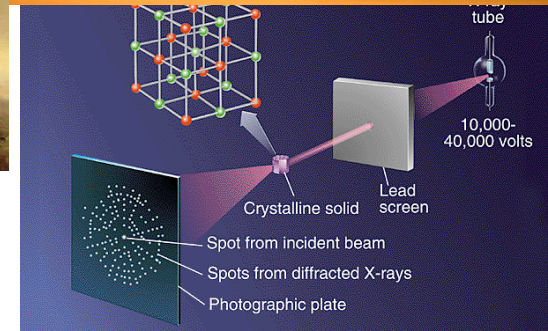
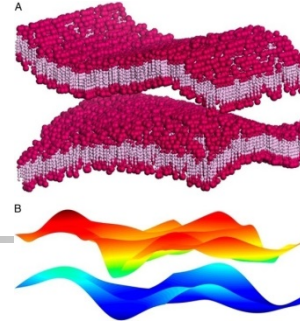
- **Kiirusvektor** (va nurkkiiruse vektor) on trajektooriga alati puutujaks
Kiirusvektor näitab liikumise suunda
- **Kiirendusvektor** seevastu võib olla trajektooriga suhtes suvalise nurga all
Ta osutab liikumist mõjutava jõuvektori suunda
- Kõverjooneline liikumine tähendab, et suund liikumise käigus muutub. Seega on tegemist kiirendusega liikumisega, isegi siis, kui kiiruse absoluutväärtus (vektori moodul) ei muutu
- Liikumissuuna muutust põhjustavat kiirenduse komponenti nimetatakse **normaalkiirenduseks** $\vec{a}_n$ ja ta on alati trajektooriga (seega ka kiiruse vektoriga) risti
- Kiirenduse liikumissuunalist (kiirusvektoriga samas sihis olevat) komponenti nimetatakse **tangentsiaalkiirenduseks**, $\vec{a}_t$



$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$$

Foucault'i pendel
Pantheonis Pariisis

Võnkeliikumine



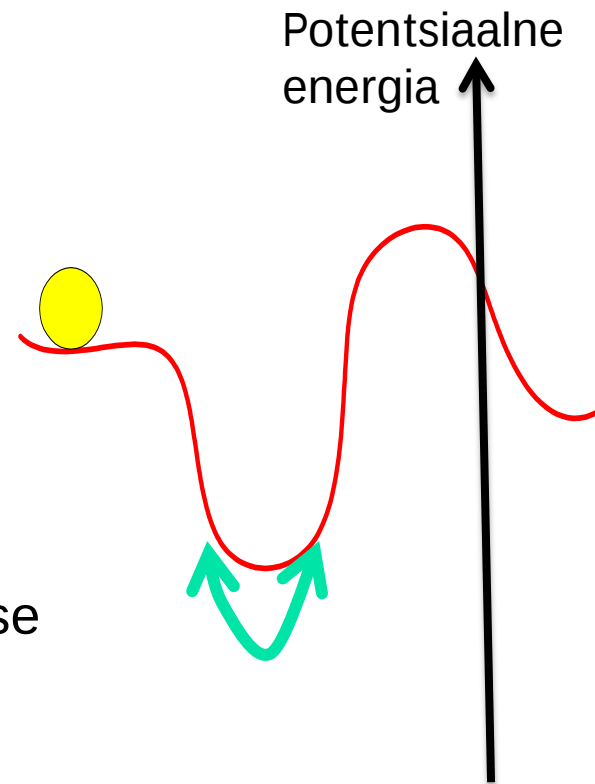
- Kiik/pendel/lehed puul
- Keelpillid/vilepillid/helihark/kõrva trumminahk
- Lindude/liblikate/putukate tiibade liikumine
- Kalade/kulleste ujumisliigutused
- Sääre liikumine kõndimisel/pendel
- Kiskjate/saakloomade populatsioon
- Aastaaegade/öö ja päeva vaheldumine
- Aatomite/molekulide võnkumised, elektronide leiutõenäosus aines
- Kaksiktähtede heledus
- Membraanide liikumine/südame kokkutõmbed/merelained
- Vahelduvvool

Kõiki neid erinevaid nähtusi kirjeldab üks ja sama mudel (võnkevõrrand)

Võnkumised

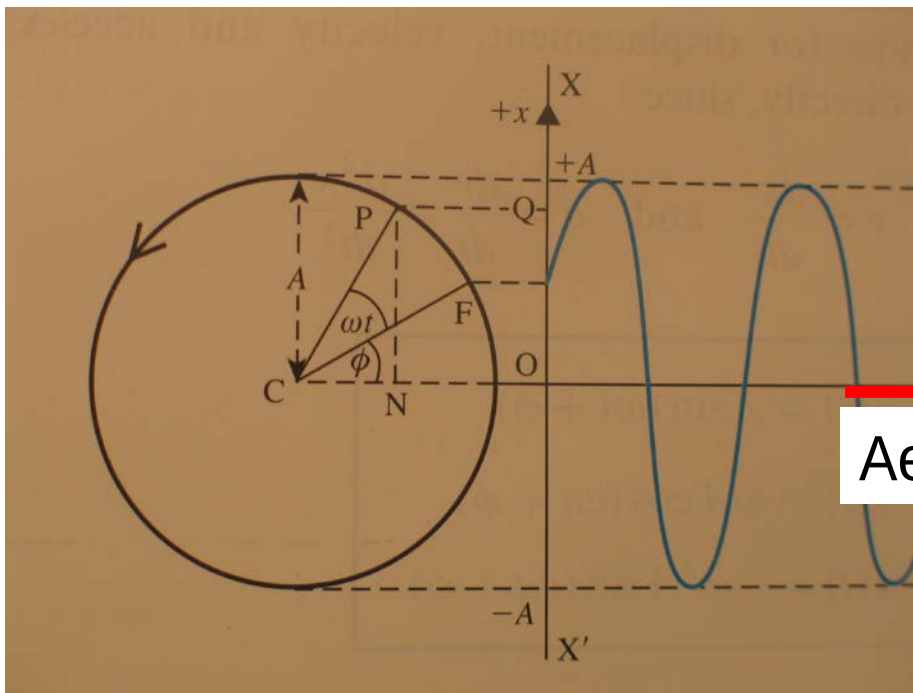


- Võnkumised on seotud kehade **tasakaalu** mõistega
- **Võnkumiseks** nimetatakse keha liikumist **tasakaaluasendi** ümber
- Tasakaal on koormatud mõiste. Räägitakse
 - vaimsest tasakaalust psühhiaatrias
 - termodünaamilisest tasakaalust termodünaamikas
 - keemilisest tasakaalust keemilistes reaktsioonides
 - termilisest tasakaalust
 - mehhaanilisest tasakaalust mehhaanikas jne
- Võnkumised tekivad vaid siis, kui keha nihutatakse välja **stabiilsest** tasakaaluasendist
 - Mittestabiilsest tasakaaluasendist väljumisel võnkumist ei teki!



Harmonilised (ehk sinusoidaalsed) võnkumised

- Võnkumised on seotud tasakaalu mõistega, millest räägime edaspidi
- Tasakaaluasendi lähedal on võnkumised harmoonilised (sinusoidaalsed)
- Kujutame ette telje otsas ühtlase nurksagedusega pöörlevat ratast kodara pikkusega A
- Jälgime rattapöia punkti F liikumist ajas



Punkt F jälgib seaduspära

$$x = A \sin(\omega t + \phi)$$

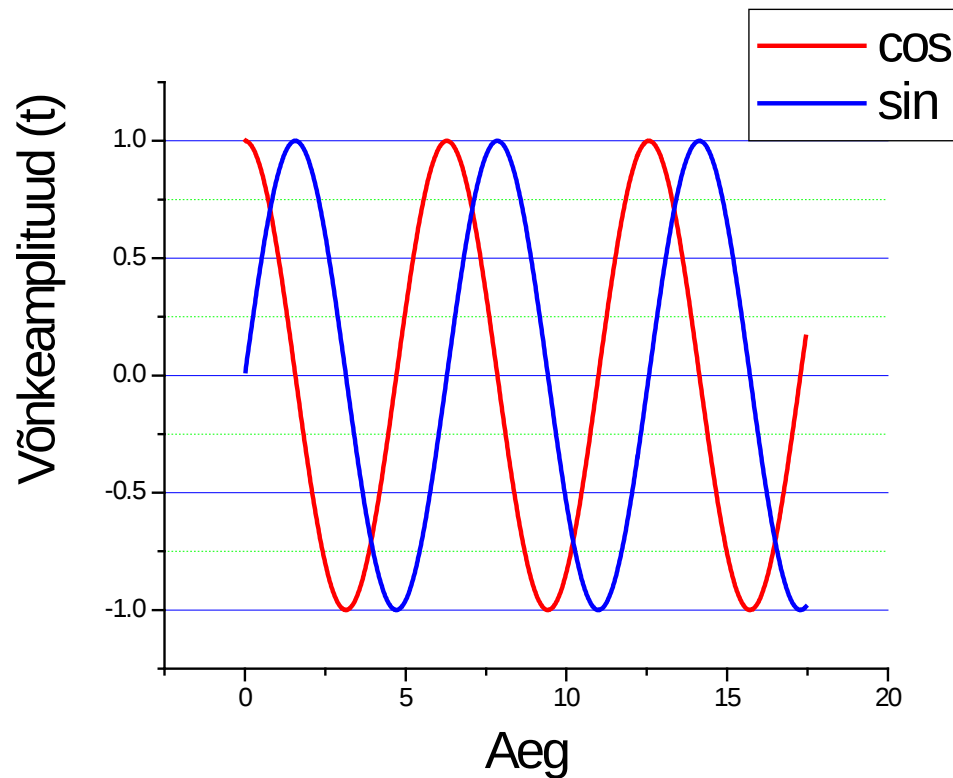
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \text{ on nurksagedus}$$

 $\omega t + \phi$ on faas

$(m\ddot{o}\ddot{o} \det akse \text{ rad } (m / m))$

ϕ on alg faas ehk faas ajahetkel 0

Harmonilise võnkumise kiirus ja kiirendus muutuvad ajas samuti harmooniliselt



Koordinaat : $x(t) = \sin(\omega t + \phi)$

Kiirus : $x' = v(t) = \omega \cos(\omega t + \phi)$

Kiirendus : $x'' = a(t) = -\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$

*Võngub sama sagedusega kui $x(t)$,
aga vastasfaasis*

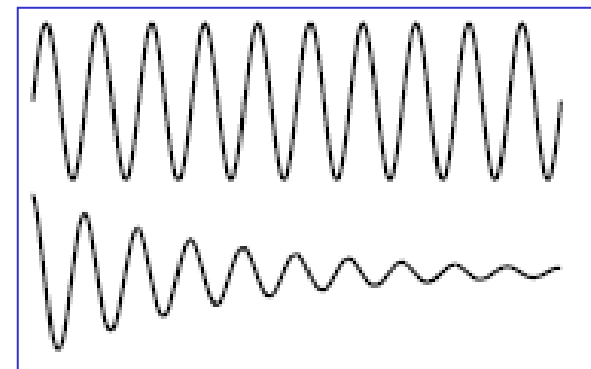
NB! Amplituudid on siin normeeritud

Võnkumiste tüüpe

- Vaba- ja sundvõnkumised
- Sumbumata (muutumatu amplituudiga) või sumbuvad (kõik reaalsed) võnkumised
- Paneme tähele, et võnkumiste sagedus ei sõltu amplituudist (kui just võnkumiste amplituud pole liiga suur)

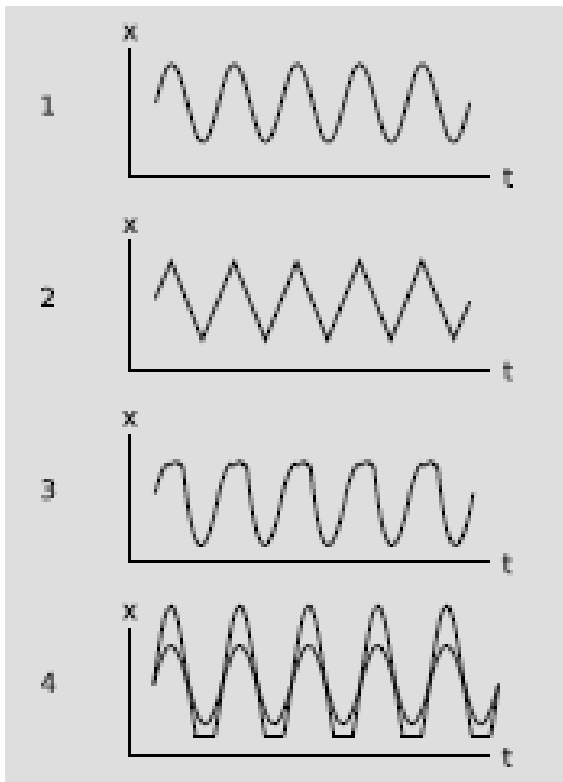


vabavõnkumised



sundvõnkumised

Mitte kõik võnkumised pole harmoonilised



e / Sinusoidal and non-sinusoidal vibrations.

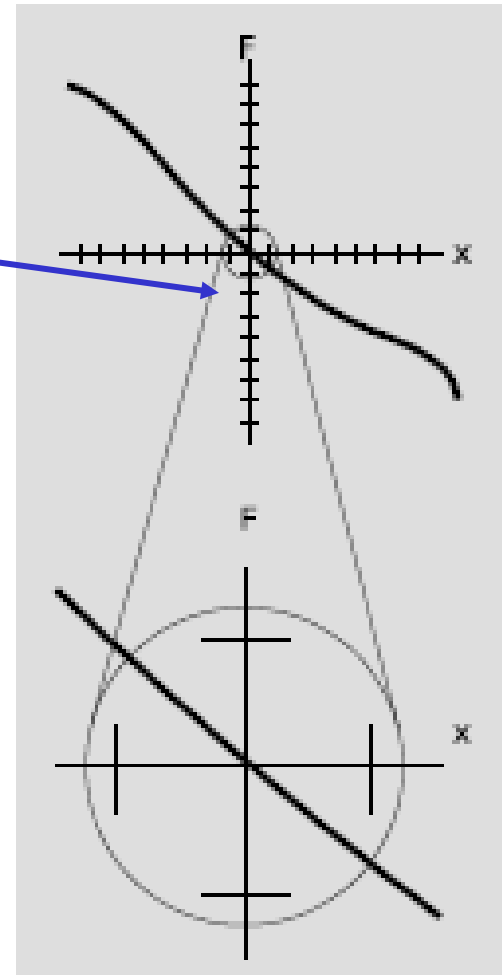
Hooke seadus :

jõud on $\propto$ nihkega

$$F = -kx$$

*kehtib vaid väikestel
deformatsioonidel*

Funktsiooni $F=F(x)$ kuju sõltub energiavälja ruumilisest käitumisest. Sellest sõltub ka vastus küsimusele, kui väikestel deformatsioonidel lineaarne seos kehtib?



Võnkumised ja lained



- Punkt võngub ajas, laine levib ruumis
- Võnkuda võib ka üksainus osake
 - Võnkevõrrand

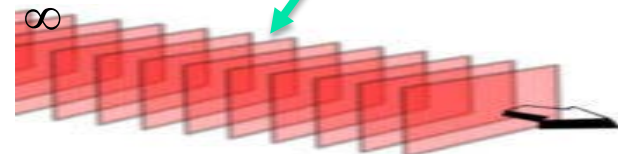
$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

- Lained on ruumis edasilevivad võnkumised, mis eeldab paljude vastastikmõjus olevate osakeste olemasolu
- Lained levivad, sest mingis ruumpunktis toimuv muutus kutsub esile sarnase muutuse naaberpunktis, aga veidi hiljem, vastavalt ärrituse levikiirusele
- Tasalaine on lainete idealiseeritud vorm; merelaineid see täpselt ei kirjelda

- Ühemõõtmelise (+x-telje suunas vaakumis leviva) tasalaine võrrand

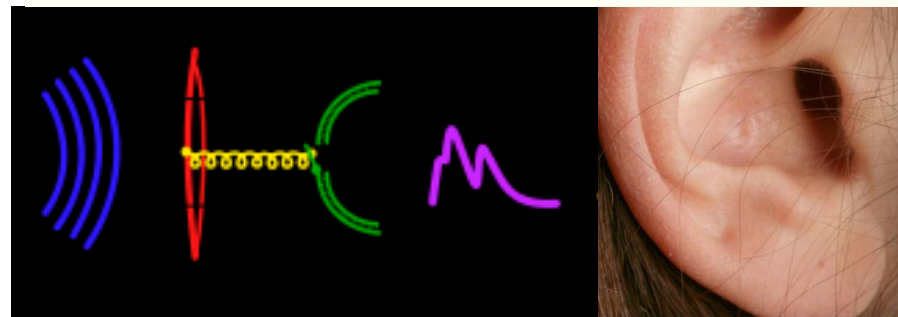
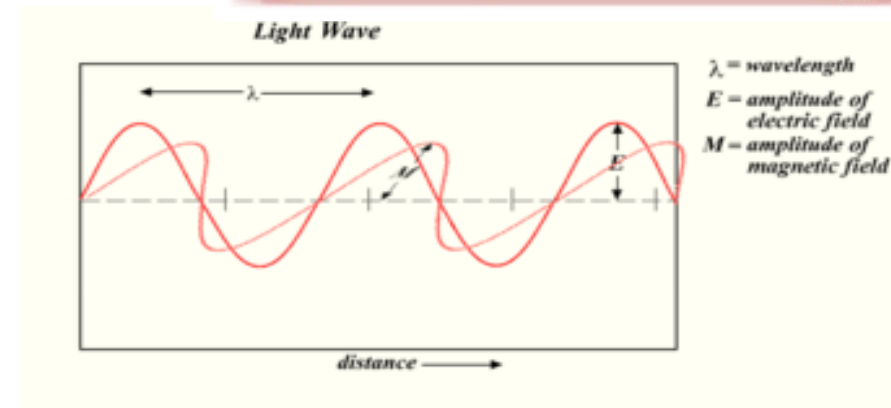
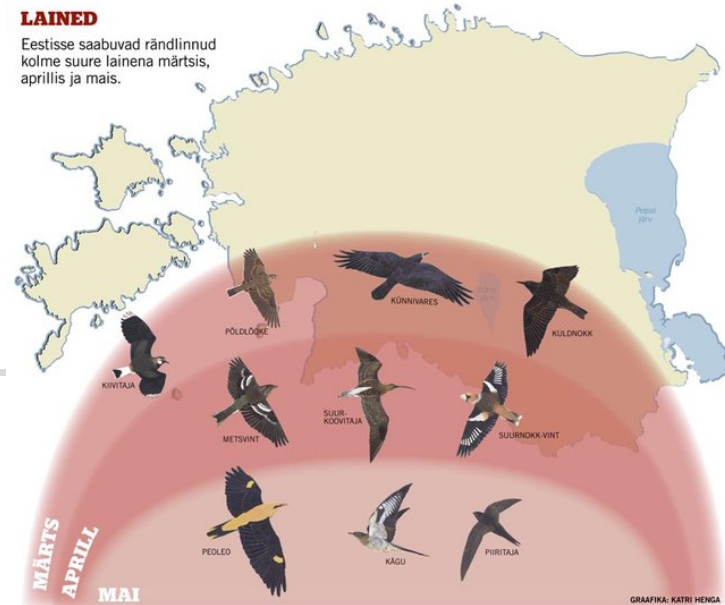
$$\begin{aligned} y(x, t) &= A \sin(kx - \omega t) = \\ &= A \sin\left(\frac{\omega}{c} x - \omega t\right) = A \sin \omega \left(\frac{x}{c} - t\right) \\ k &= \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c}; \quad \lambda \nu = c \end{aligned}$$

- k on lainearv
- x/c on faasi (lainefrondi) levimise aeg
- Tasalaine ulatus liikumisega x ristiolevates suundades (y, z) on



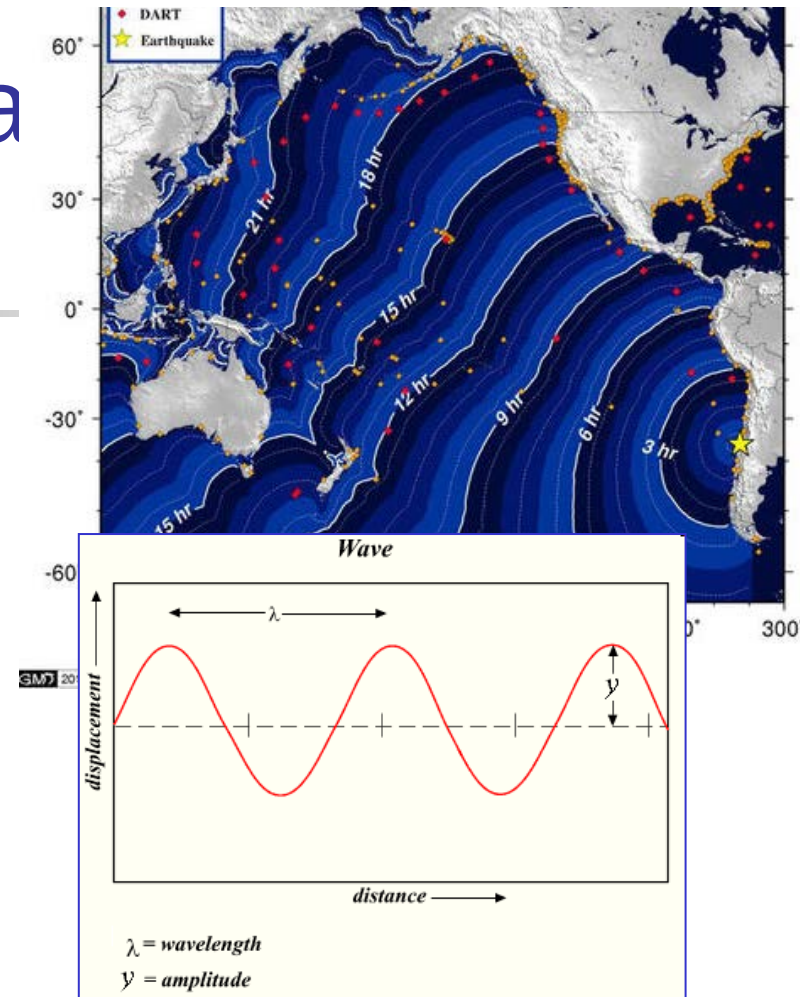
Piki- ja ristilained

- Eristatakse
 - pikilaineid (nt heli)
 - ristilaineid (nt valgus)
- Ristilained: valgus
- Pikilained: helilained
 - Heli rõhk on helilainete poolt põhjustatud rõhu kõrvalekalle lokaalsest keskkonnarõhust
 - Vaakuumis heli ei levi



Laineid iseloomustava suurused

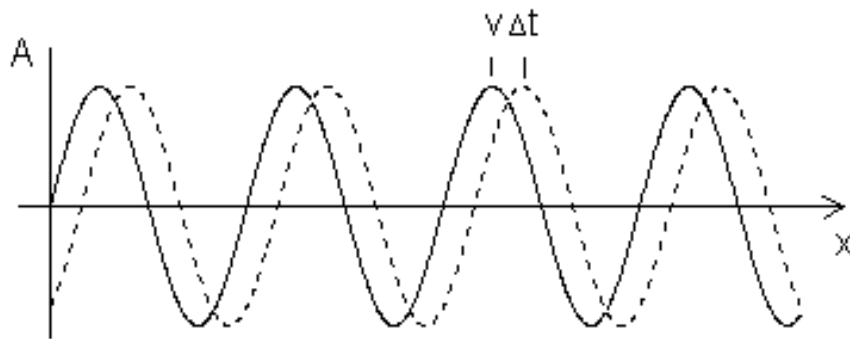
- Amplituud
- Lainepikkus, λ (m)
- Periood, T (s)
- Sagedus ν (1/s)- mõõdab võngete arvu ajaühikus
 - 1-le täisvõnkele vastab 2π rad;
Nurksagedus $\omega = 2\pi\nu$ (rad/s)
- Lainearv k (rad/m) – mõõdab lainete arvu pikkusühikus
- Laine levikiirus
 - Faasikiirus
 - Grupikiirus



$$c = \lambda \nu = \frac{\omega}{k} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \frac{\text{m}}{\text{rad}} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$k = 2\pi \frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{\omega}{c}$$

Lainete faasikiirus



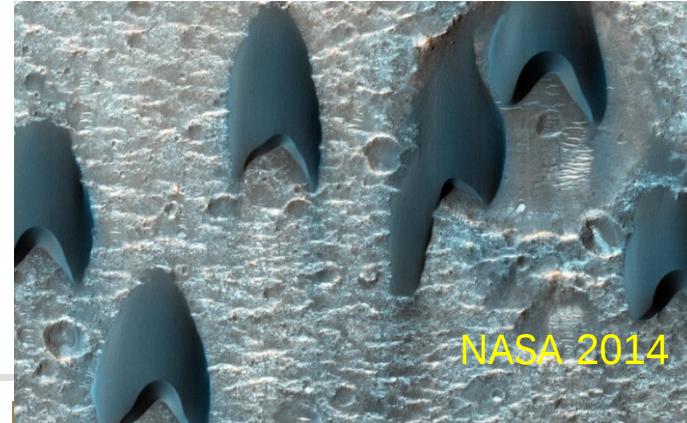
- Faasikiirus leitakse faasi konstantsuse tingimusest:

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

$$kx - \omega t = 0$$

$$kx = \omega t$$

$$v_f = \frac{x}{t} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi / T}{2\pi / \lambda} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu$$



Liivadüünid Marsil ja Maal



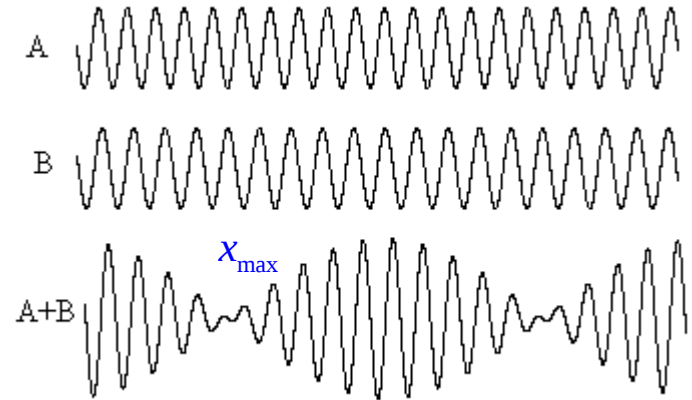
- Ei tarvitse tingimata võrduda valguse kiirusega vaakuumis, võib olla nii väiksem kui ka suurem (e superluminaalne)
- Nt keskkonnas murdumisnäitajaga n

$$v_f = \frac{c}{n}$$

Lainete grupikiirus

- Grupikiirus on erineva lainepikkusega /sagedusega/ faasiga lainete grupi (ehk pulsi) levi kiirus
 - Tavaliselt $v_g \leq v_f$
- Liidame kaks ühesuguse amplituudiga, aga veidi erineva sagedusega (faasinihkes) olevat tasalainet kasutades cos-te liitmise reeglit
- Saame moduleeritud amplituudiga laine (mis on ise laine)
 - Mis juhtub kui sagedused-lainearvud on võrdsed?

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$



$$y(x,t) = A \cos(k_1 x - \omega_1 t) + A \cos(k_2 x - \omega_2 t) \\ = 2A \underbrace{\cos(\Delta k x - \Delta \omega t)}_{\text{moduleeritud amplituud}} \cos(kx - \omega t)$$

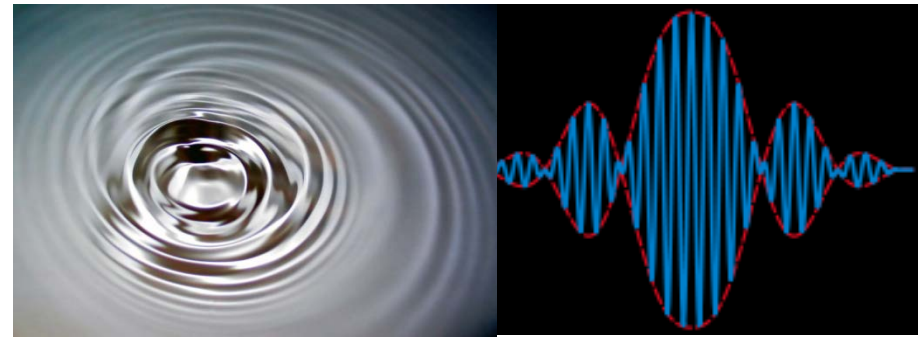
$$k = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$$

$$\omega = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$$

$$\Delta k = \frac{1}{2}(k_1 - k_2)$$

$$\Delta \omega = \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)$$

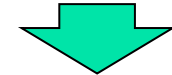
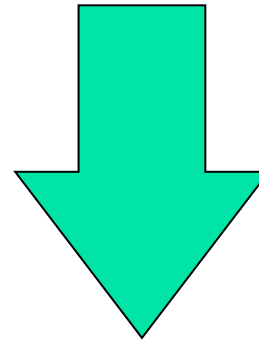
Lainepaketi levi kiirus



- Sellist paketti (soovi korral võib öelda osakest) iseloomustab kaks kiirust, mis mõlemad vastavad faasi muutumatuse tingimusele: faas=0.

- Faasikiirus
- Funktsiooni pais (pakett) asukohaga $x_{\max}$ levib ruumis x-telje suunas grupikiirusega
- Vaakuumis on faasi- ja grupikiirused võrdsed, keskkonnas aga mitte (sest keskkonnas $\omega = \omega(k)$)

$$y(x,t) = A\cos(k_1x - \omega_1t) + A\cos(k_2x - \omega_2t) \\ = 2A\cos(\Delta kx - \Delta\omega t)\cos(kx - \omega t)$$



$$\omega t - kx = 0$$

$$v_f = \frac{x}{t} = \frac{\omega}{k}$$

$$\Delta kx_{\max} - \Delta\omega t = 0$$

$$v_g = \frac{x_{\max}}{t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \Rightarrow \frac{d\omega}{dk}$$

$$u = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k=k_0} \quad (\text{group velocity}).$$

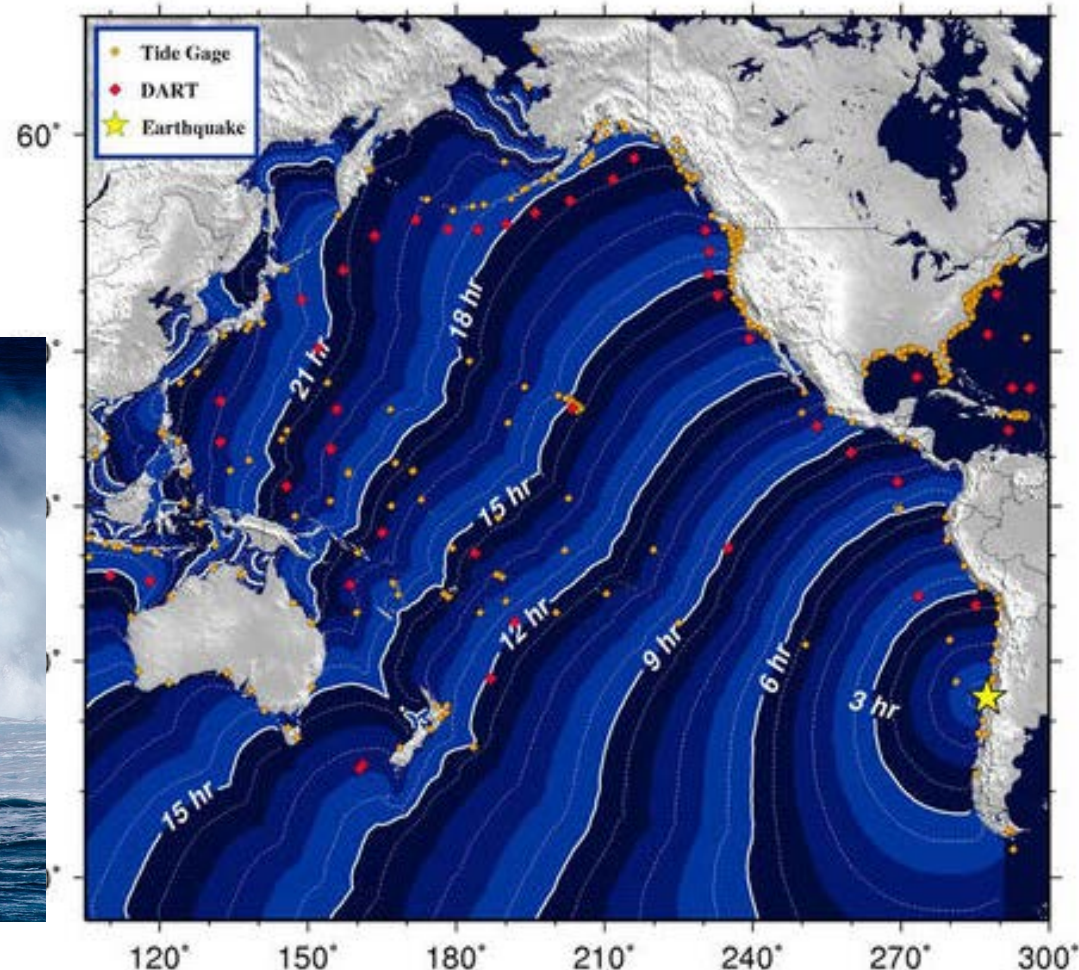
Energia & informatsioon (sh purustused) levivad grupikiirusega

■ Grupikiirus

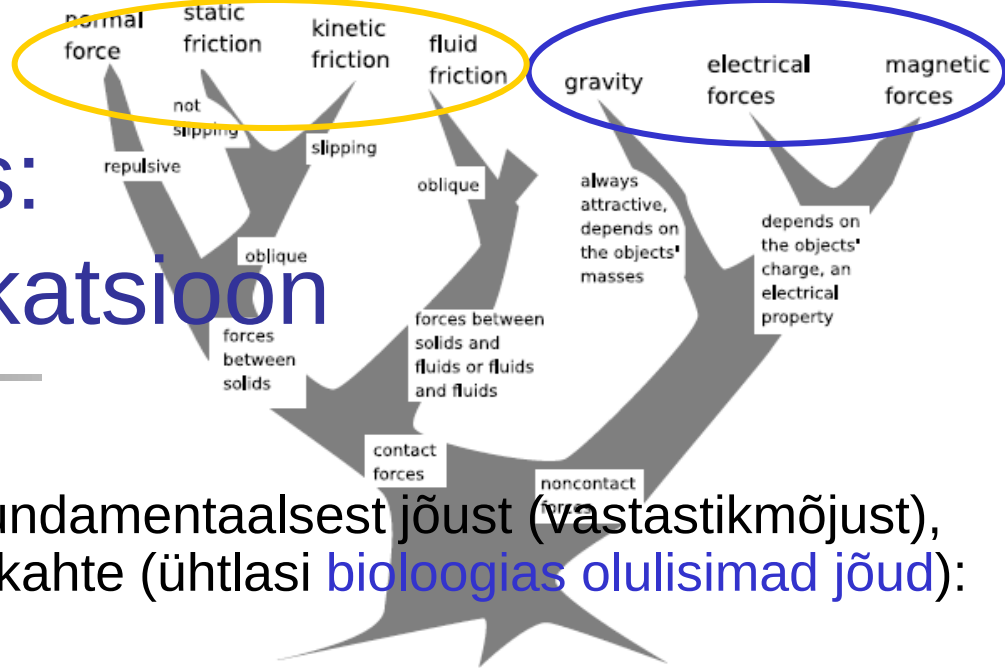
Lainete grupi/pulsi
levi kiirus ($\leq v_f$)



Tsiili 2010. a maavärinast põhjustatud tsunami levi



Jõud mehaanikas: Praktiline klassifikatsioon

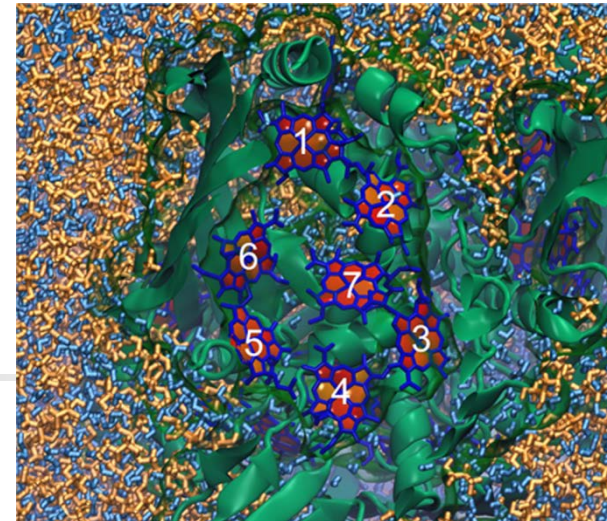
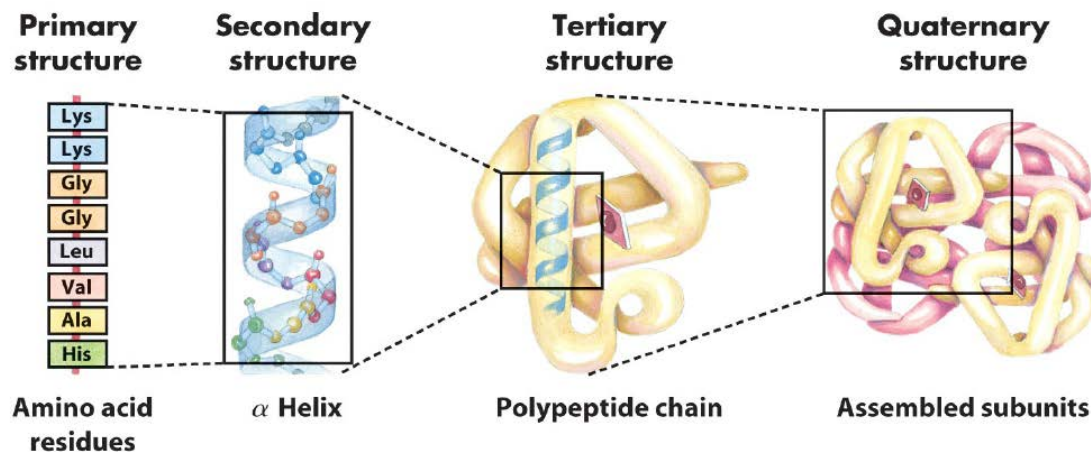


h / A practical classification scheme for forces.

- Sissejuhatuses rääkisime 4-st fundamentaalsest jõust (vastastikmõjust), millest mehaanika käsitleb vaid kahte (ühtlasi **bioloogias olulisimad jõud**):
 - gravitatsiooni
 - elektromagnetilist
- Mehaanilised jõud avalduvad mitte ainult kehade **liikumisoleku muutuses**, vaid ka kehade **deformatsioonis** (nii elastses kui plastilises) ja samuti **hõõrdumises**
- Sestap räägitakse mehaanikas (ajaloolistel, mitte sisulistel, põhjustel!)
 - **Hõõrdejõust**: elektrilised jõud
 - **Elastsusjõust**: elektrilised jõud, mis ei lase keha del üksteisest läbi minna
 - Elastsusjõududega on seotud nt Hooke'i seadus
 - **Raskusjõust**: gravitatsioon
 - **Inertsijõust**: pseudojõud, mis avalduvad kiirendusega liikuvates taustsüsteemides (nt Coriolisi jõud)

Molekulaarbioloogias olulised jõud on peaaegu eranditult elektrilist päritolu

- Välistamaks segiajamist (bio)keemiliste reaktsioonidega defineerime me siin **füüsikalisi jõudusid** kui jõudusid molekulide vahel, mille omadused interaktsiooni käigus (oluliselt) ei muutu



- Mittespetsiifilised
 - van der Waalsi
 - elektrostaatilised
 - Hüdrofoobsed/-fiilsed
 - struktuursed (*steric*) (st lähimõju tõukejõud, mis määravad molekulide ja vedelike struktuuri)
- Spetsiifilised
 - vesinikside

Jõud põhjustab keha liikumisooleku muutumist

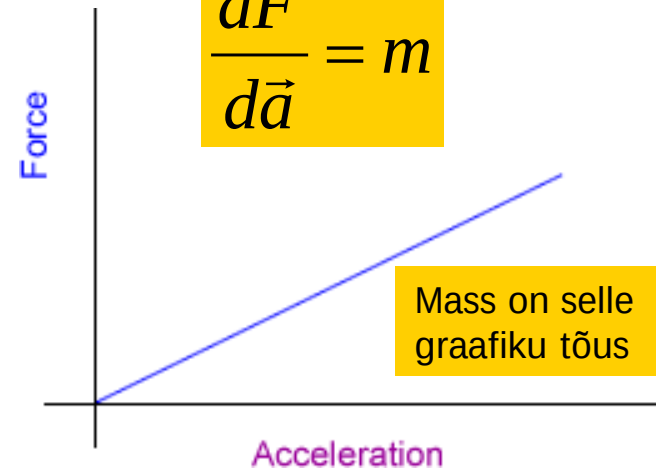
- II seadus: Jõud põhjustab keha kiiruse ja/või liikumissuuna muutust.

Liikumise muutumise kiirus ehk kiirendus on võrdeline rakendatud jõuga ja toimub jõu suunas

- Jõu ühik on N
 - Üks njuuton (N) on jõud, mis annab massile üks kg kiirenduse üks $m\ s^{-2}$
- Jõu dimensioon: kgm/s^2

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \vec{F}$$

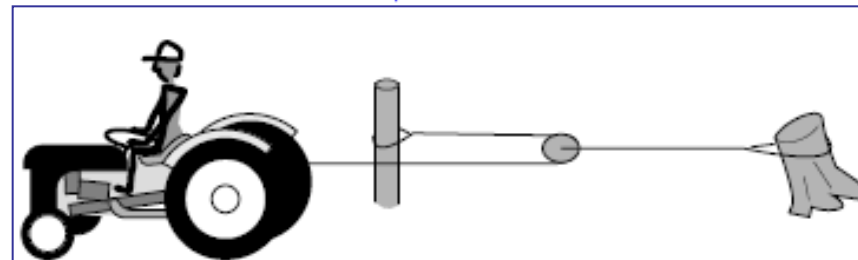
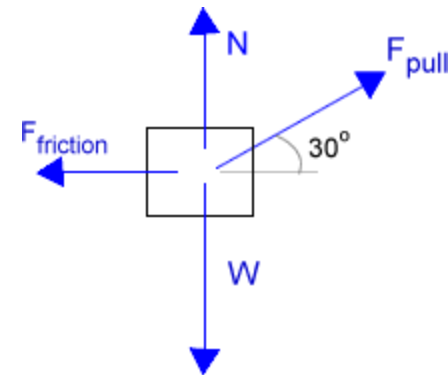
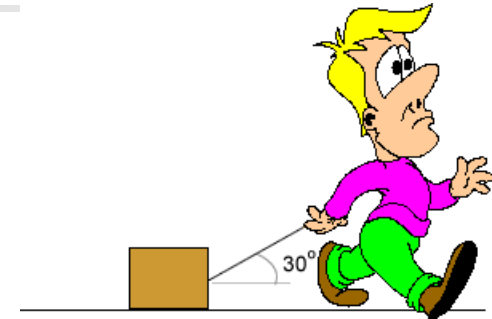
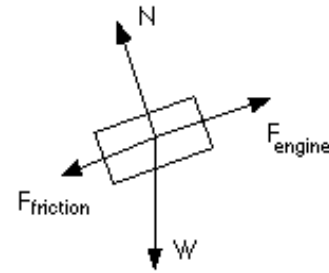
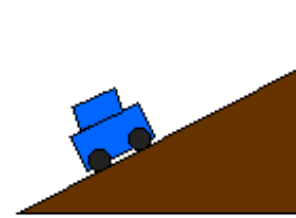
$$\vec{F} = m\vec{a}$$
$$\frac{d\vec{F}}{d\vec{a}} = m$$



Vt lisas materjali
Krõlovi valmi ainetel

Jõudude tasakaal

- Kui keha seisab paigal või liigub ühtlaselt ja sirgjooneliselt, siis temale mõjuvad jõud on tasakaalus
- Kiiruse muutumatus ei tähenda, et jõud ei mõju, vaid et kõik kehale mõjuvad jõud on tasakaalus!
- Jõud on vektor!



Mass:

Inertne ja gravitatsiooniline



- Mass, mis avaldub keha **inertsis** ehk vastupanus liikumisoletu muutusele
 - Inerts, kui soovite, on keha “laiskus”
- Mida suurem on keha mass, seda suurem on tema inerts ehk ühe ja sama kiirenduse tekitamiseks on vaja maasiga proportsionaalselt suuremat jõudu Newtoni II seaduse järgi:

$$a = \frac{F}{m^{\text{inertne}}}$$
$$\frac{m_1^i}{m_2^i} = \frac{a_2}{a_1}$$

- Mass, mis avaldub **raskuses** ehk omaduses osaleda **gravitatsioonilistes** vastastikmõjudes

$$F = m^G a_G$$

- Gravitatsioonikiirendus Maa pinna läheduses

$$a_G \approx \text{const} = g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$$

Ekvivalentsuse printsiip



- **Mass** on mateeria (st nii aine kui ka välja) omadus, mis avaldub
 - keha **inertsis**, ehk vastupanus liikumisoleku muutusele Newtoni II seaduse mõttes
 - **raskuses**, ehk omaduses osaleda gravitatsioonilistes vastastikmõjudes
- **Katsed** näitavad, et **inertne** ja **gravitatsiooniline mass** on alati suure täpsusega ($\sim 10^{-13}$) võrdsed

- Einsteini **ekvivalentsuse printsiip** ütleb, et inertne ja raske/gravitatsiooniline mass ongi identsed (see on üldrelatiivsusteooria põhipostulaat)

$$m^i = m^G \equiv m$$

- Ta järeldas samuti, et mass ja/või energia on hoopistükis ruumi geomeetria omadused

Ekvivalentsuse printsiibi katseline tõestus

- Oletame, et teame nii keha **inertset massi** m (nt kiirenduskatsetest) kui ka tema **raskust** M (nt massi etaloniga võrdlusest)
- Galilei katseid tõestasid **vaba langemise kiiruse** massist sõltumatust
- Rakendades energia jäävuse seadust näeme, et kehade kiirus ei sõltu massist vaid siis, kui $m=M$

$$Mgh = \frac{mv^2}{2}$$
$$v = \sqrt{2gh \frac{M}{m}}$$
$$M \equiv m$$

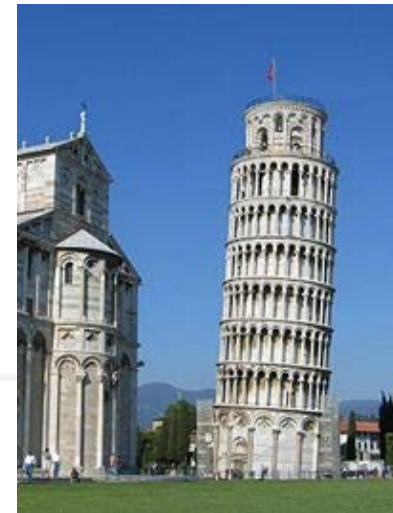


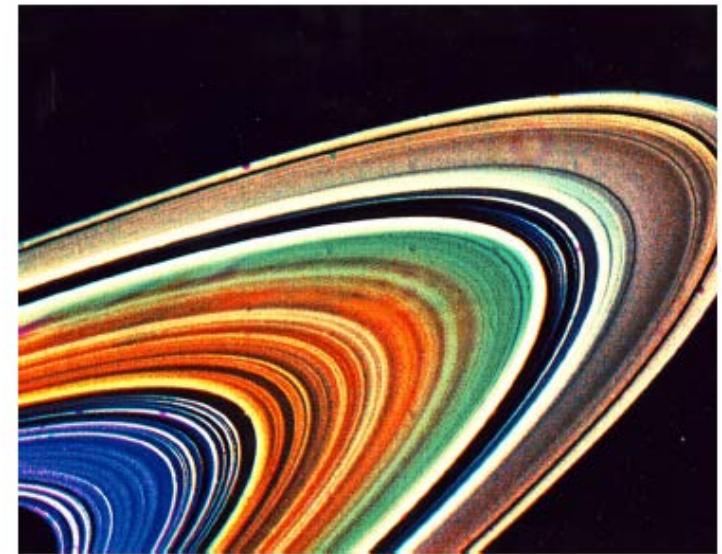
figure 3.5 The brick reaches the floor first when a brick and a feather are dropped at the same time.

Kas ekvivalentsuse rikkumine?

Apollo 15 komandör David Scott kontrollis 1971. a printsiibi kehtivust Kuul, pillates haamri ja hanesule. Mis oli tulemus?

Gravitatsioon

- Gravitatsioon on kosmilises skaalas domineeriv jõud
- Peaaegu kõikide mõjude eest saab end kaitsta (ekraneerida)
 - lähimõjude eest nt võib pakku pugeda neist lihtsalt piisavalt kaugele eemaldudes
- Gravitatsioon on selles mõttes eriline; tema mõjust saab katsetes vabaneda vaid vaba langemise tingimustes
- Absoluutselt isoleeritud kehasid pole tegelikult olemas
Isegi mustad kehad “auravad” ja ilma laenguta ja (peaaegu) massita neutriinod interakteeruvad teiste kehadega



Gravity is the only really important force on the cosmic scale. This false-color representation of saturn's rings was made from an image sent back by the Voyager 2 space probe. The rings are composed of innumerable tiny ice particles orbiting in circles under the influence of saturn's gravity.

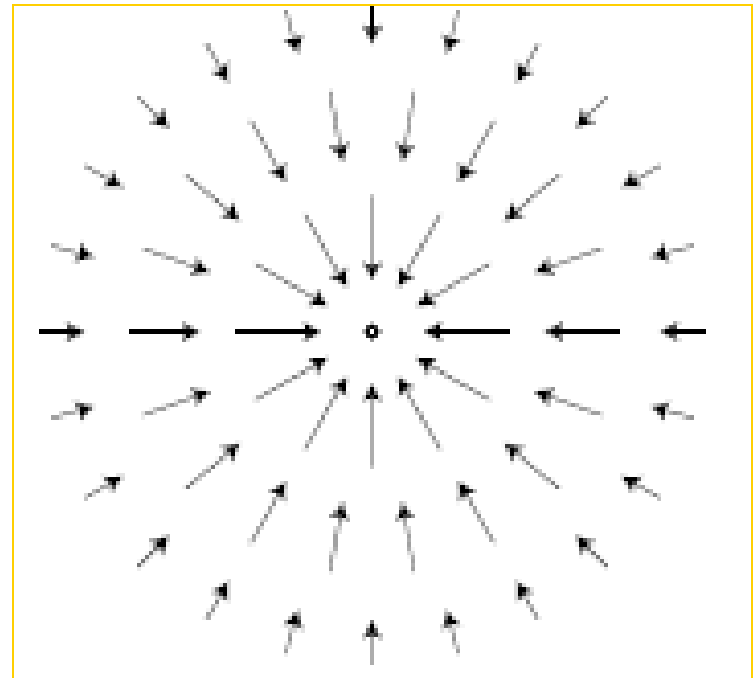
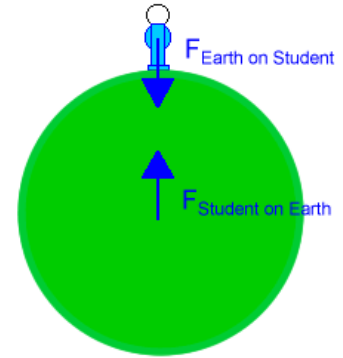
Gravitatsioonivälja tugevus ja suund

- Gravitatsioonijõud sõltub kahest massist, m ja M

$$F = ma_G = mG \frac{M}{r^2}$$

- Välja tugevus on ühikulisele massile (laengule) mõjuv jõud
- Gravitatsioonivälja tugevust iseloomustab ühikulisele massile antud kiirendus:

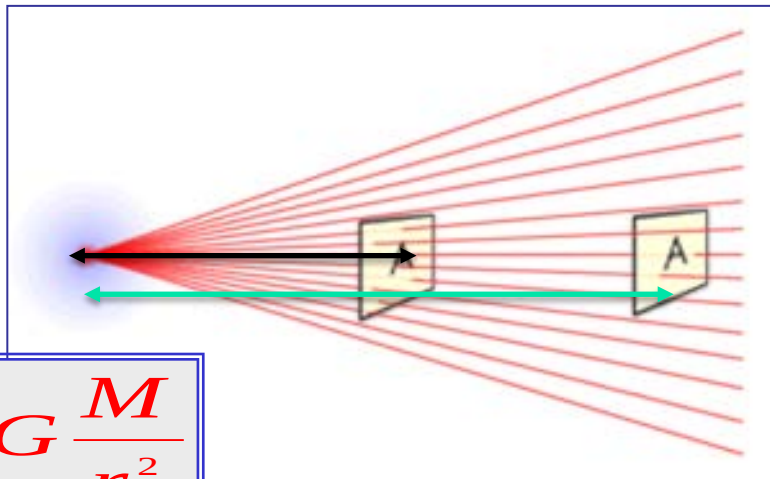
$$\frac{F}{m} = a_G = G \frac{M}{r^2}$$



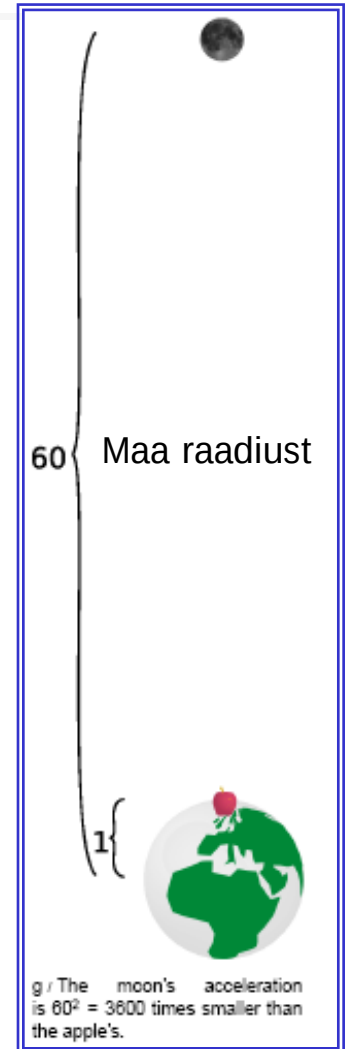
Kokkuleppeline gravitatsioonivälja suund on proovimassile m mõjuva jõu (raskusjõu) suund

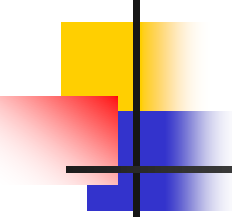
Välja tugevuse väheneb pöördvõrdeliselt kauguse ruuduga

- Välja tugevus on ühikulisele massile ja/või ühikulisele laengule mõjuv jõud
- Jõudu mõõdame selle poolt (proovi)kehale antud kiirendusega
- Kauguse 2x suurenemine viib jõu 4x kahanemisele (4x vähem jõujooni läbib ühikulise suurusega (nt 1 m²) pinda)



$$\frac{F}{m} = a_G = G \frac{M}{r^2}$$





Newtoni gravitatsiooniseadus

- Iga keha massiga M tekitab kaugusel r oma masskeskmest gravitatsioonikiirenduse (ehk vaba langemise kiirenduse)

$$a_G = G \frac{M}{r^2}$$

- Galilei näitas gravitatsiooniliväljas asuva keha kiirendus ei sõltu tema massist

- Kahe keha, mille massid on m ja M , vahel mõjuv gravitatsioonijõud aga on proportsionaalne mõlema massiga:

$$F = ma_G = mG \frac{M}{r^2}$$

- Gravitatsioonijõud (ja gravitatsioonijõust tingitud kiirendus) väheneb proportsionaalselt kauguse ruuduga

Gravitatsioonikonstandi mõõtis ära Henry Cavendish (1731–1810): inglise füüsik ja keemik, ka [Coulombi seaduse](#) ja [vesiniku avastaja](#)

Gravitatsioonikonstant

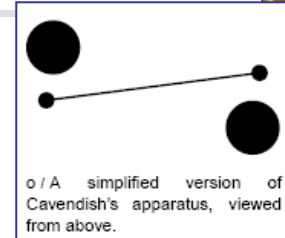
- Kahe keha vahel mõjuv gravitatsioonijõud

$$F = ma_g = G \frac{mM}{r^2}$$

- Vihje:
Teades vaba langemise kiirendust maalähedasel orbiidil, Maa massi ja raadiust, saab G välja arvutada jne

$$g = G \frac{M_{\text{Maa}}}{R_{\text{Maa}}^2}$$

Kuidas me Maa massi teada saame?



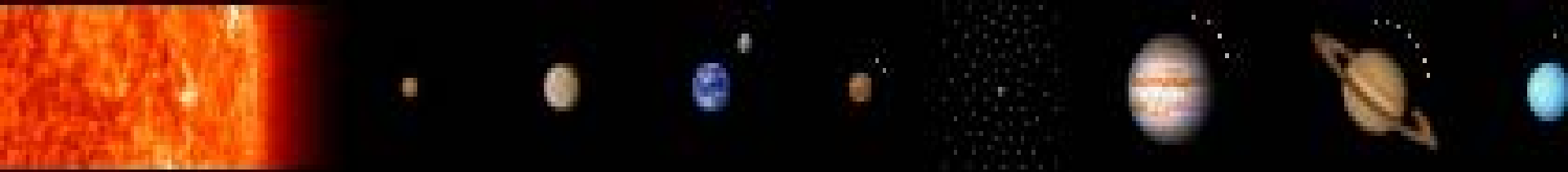
- Gravitatsioonikonstandi väärtus



$$F = G \frac{1 \cdot 1}{1^2} = G$$

- $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$ on universaalne (st terves Universumis kehtiv) gravitatsioonikonstant
- Tema numbriline väärtus sõltub aga kasutatud ühikutest

Raskuskiirendus (gravitatsioonivälja tugevus) teistel taevakehadel



location	$g \text{ (m/s}^2\text{)}$
asteroid Vesta (surface)	0.3
Earth's moon (surface)	1.6
Mars (surface)	3.7
Earth (surface)	9.8
Jupiter (cloud-tops)	26
Sun (visible surface)	270
typical neutron star (surface)	10^{12}
black hole (center)	infinite according to some theories, on the order of 10^{52} according to others

$$a_G = G \frac{M}{R^2}$$

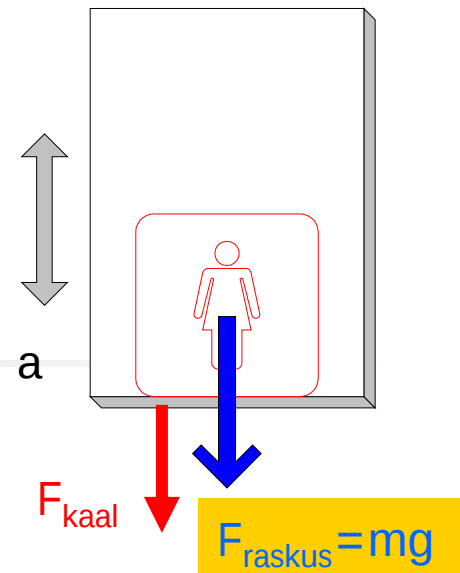
Raskus ja kaal on mõlemad jõud

- **Raskus** on gravitatsiooniväljas mõjuv jõud (mõõdetakse N), mis rakendub **sellele** kehale (tema raskuskeskmele)

$$F_G = m \mathbf{a}_G = m G \frac{M}{r^2}$$

$$F_g = mg \quad (\text{Maal})$$

$G \frac{M}{r^2}$ on Newtoni gravitatsioonikiirendus



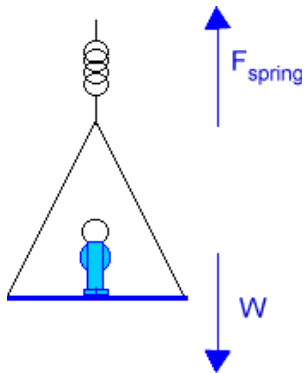
- **Kaal** on jõud (mõõdetakse N), mis rakendub keha toetuspunktile (nt lifti põrandale)
- **Kaal sõltub toetuspunkti kiirendusest**
 - kiirendus on vektor, mis võib mõjuda nii + kui – suunas eelnevalt valitud suuna suhtes
- Kaal võib seega olla raskusest nii suurem kui ka väiksem
Kaaluta olek: $g=a$

$$F_{kaal} = m(g - a) = 0$$

Kehade kaalumine



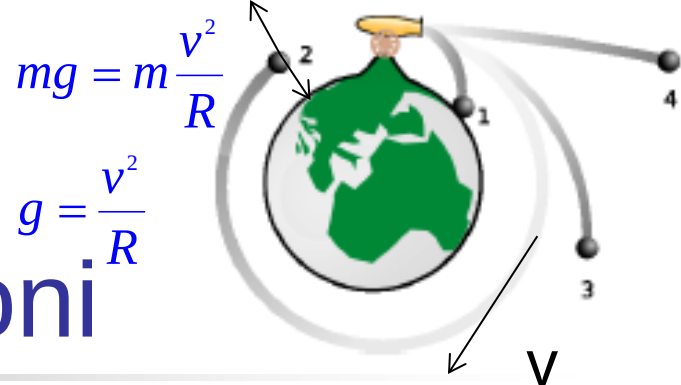
- Raskust ja kaalu mõõdame dünamomeetriga (vedrukaaluga)
- Raskuse/kaalu ühikuks on N, mitte kg
- Mass 1 kg kaalub Maal 9.8 N
 - Kuul nt ~6 x vähem
- Kaal sõltub keha
 - toetuspunkti kiirendusest, sh ka asukohast (laiuskraadist) Maal. **Miks?**
 - ümbritsevast keskkonnast (nt õhk või vedelik). **Miks?**



- Mass on keha invariantne omadus
- Keha kg-des mõõdetava **massi** määramiseks tuleb
 - teda näiteks kangkaalu abil etaloniga võrrelda
 - või tehes **kiirenduskatseid** ühesuguse jõu mõjul

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

Kaalutus orbiidil ei tähenda 0-gravitatsiooni



- Püsiv orbitaalkiirus vaba langemise kiirendusele vastava radiaalkiirendusega. Seda võimaldab suur orbitaalkiirus
- Jaam ja kõik tema sees langevad ühesuguse kiirendusega, nagu vabalt langevas liftis või mööda parabooli pikeerivas lennukis (“põrand puudub!”)

Orbiidil püsimise tingimus:

$$F_{\text{raskus}} = F_{\text{tsentrifugaaljõud}}$$

$$mg = m \frac{v^2}{R} = m \frac{\omega^2 R^2}{R} = m \omega^2 R$$

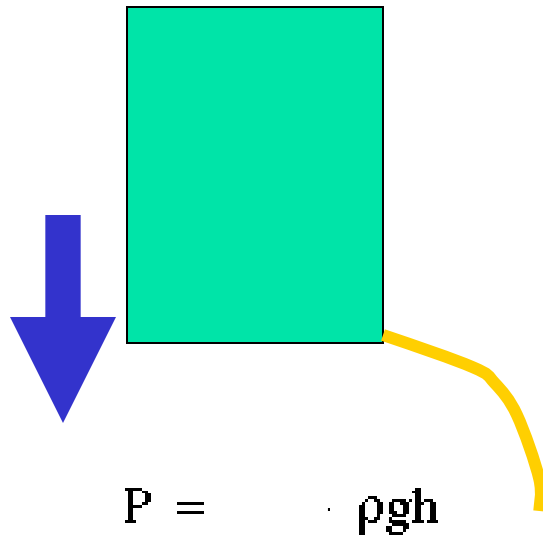
I kosmiline kiirus:

$$v = \sqrt{gR} \sim 8 \text{ km / s}$$



Raskus ja kaal

$$F_{kaal} = m(g - a)$$



$$P = \rho gh$$

where

ρ = density of fluid

h = depth below surface

Mis juhtub bensiinijoaga, kui tünne kukub vabalt (kiirendusega g):

- a) Midagi ei juhtu
- b) Väheneb
- c) Katkeb hoopis
- d) Pöördub ülespoole
- e) Muutub horisontaalseks

Kui vaadis oleks bensiiniaur, kas see auraks välja? Miks?

Kas midagi muutub, kui paak pole päris täis? Vihje: mõtelge allpoololeva küsimuse peale



Millise kujuga on vabalt langev veetilk

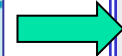
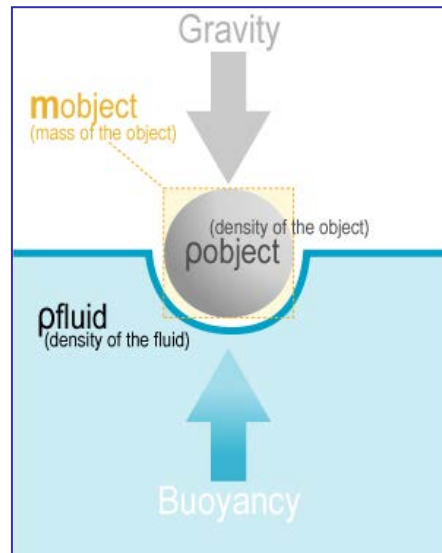
- a) atmosfääris
 - b) Kosmoselaevas
- Miks?

Keskkonna mõju keha kaalule: Üleslükkejõud (*buoyancy*)



- Archimedese printsiip: Keskkonnas väheneb kaal
ujuvusest tingitud üleslükkejõu tõttu

Fakt:
Surnumeres on
raske uppuda



$$F_{kaal} = F_{keha\ raskus} + F_{üleslüke}$$

$$F_{keha\ raskus} = m_{keha} g = \rho_{keha} Vg$$

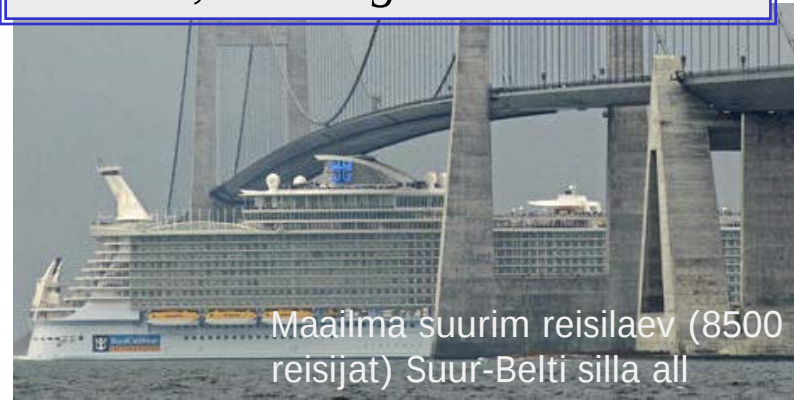
$$F_{üleslüke} = -m_{keskkond} g = -\rho_{keskkond} Vg$$

$$F_{kaal} = (\rho_{keha} - \rho_{keskkond}) Vg$$

$$0 \leq \rho_{keha} - \rho_{keskkond} \leq 0$$

V on "vedelikku uppunud" keha osa ruumala, mitte kogu keha ruumala

Proovige järgi:
Regular Coca purk upub
vees, Coca Light aga mitte.
Miks?

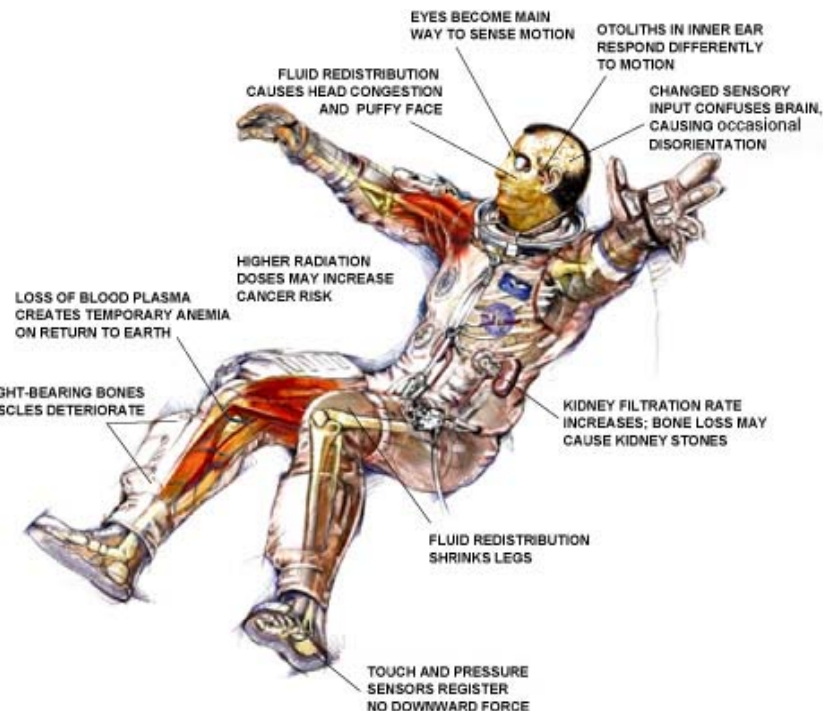


Maailma suurim reisilaev (8500
reisijat) Suur-Belti silla all

Kaaluta oleku ning ruumilendude ohud



- Veri (madalam punaliblede produktsioon)
- Nõrgenev immuunreaktsioon
- Musklite/luude atrofeerumine
- Südame/veresoonkonna funktsiooni nõrgenemine
- Keha kaotab kaaluta olekus kiiremini mineraale ja kemikaale
- Suurenenud kiirgustoos
- Lahendus
 - Kunstlik gravitatsioon
 - Füüsilised koormused



Kuidas kunstlikku gravitatsiooni tekitada saab?

Kuidas kaaluta olekus trennitakse?

Kuidas kaaluta olekus süüakse? Kas imik saab piima kätte?

Põltsamaal valmistati kosmonautidele toitu. Kuidas seda pakendati?

Keha impulss ehk liikumishulk

$p = mv$ (seisumassiga osakese puhul)

Seisumassita osakese (nt footon)

impulss avaldub tema energia kaudu

$$p = \frac{E}{c}$$

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = \frac{dp}{dt}$$

$$d\vec{p} = \vec{F}dt$$

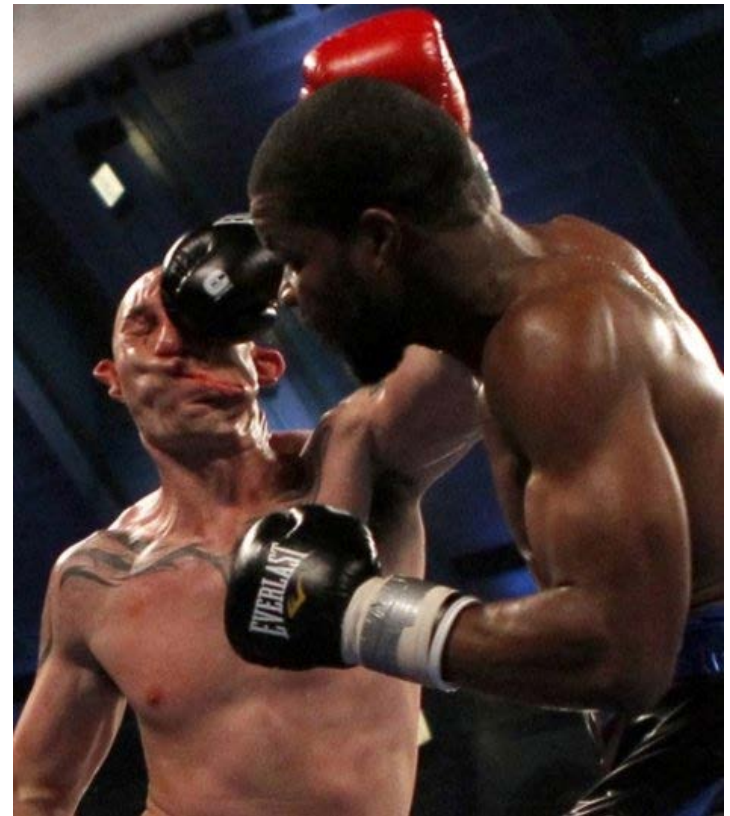
Impulsi muut on võrdne jõu ja selle mõjumise aja korrutisega ning toimub jõu suunas (vektor!)



Jõud kui impulsi muutumise kiirus

- Jõud on impulsi ülekande kiirus ühelt kehalt teisele

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$



Milleks on autos õhkpadi?



$$F = ma = m \frac{v_{alg} - v_{lõpp}}{t_{alg} - t_{lõpp}} = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$
$$\rightarrow F = m \frac{dv}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = \frac{dp}{dt}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$



Kaks elulist näidet

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$



Kui elu sõltub kõie elastsusest:
Bungee hüpped

- Haamer kui jõu võimendaja

$$h = 180\text{ m}$$

Õhu takistust arvestamata

$$v_{\max} = \Delta v = \sqrt{2gh} = 60\text{ m/s}$$

$$m = 60\text{ kg}$$

Ohutu kiirendus:

$$a = -6g$$

Pidurdamise aeg:

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{60}{60} = 1\text{ s}$$

Pidurdustee:

$$s = \frac{a\Delta t^2}{2} = 30\text{ m}$$

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{60 \cdot 60}{1} = 3600\text{ N}$$

60 kg asemel on teie kaal 360 kg



Lõppkiirus vabal langemisel

$$F_{\text{net}} = mg - \frac{1}{2}C\eta Av^2 = 0$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2mg}{C\eta A}} \text{ versus } v = \sqrt{2gs}$$

$$m = 1\text{ kg}$$

$$\Delta v = 1\text{ m/s}$$

$$\Delta t = 0.001\text{ s}$$

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = 1000\text{ N}$$

$$a = \frac{F}{m} \approx -100g$$

Impulsi jäävuse seadus

- Kehade vastastikmõjudes keha summaarne impulss ei muutu (katseline tulemus)
- Tuleneb ruumi sümmeetriast, nimelt tema homogeensusest
- Jäävusseadused kehtivad suletud süsteemides

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$$
$$m_1 \Delta \vec{v}_1 = -m_2 \Delta \vec{v}_2$$

$$\Delta \vec{v}_i = \vec{v}'_i - \vec{v}_i$$

Doomino efekt



Masskeskme suhtes

$$\sum \vec{p}_i = 0$$

kehtib igal ajahetkel



$$m\vec{v} + M\vec{V} = 0$$

$$m\vec{v} = -M\vec{V}$$

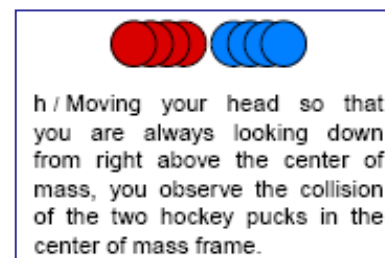
Väike mass, suur kiirus;
suur mass, väike kiirus

Põrked



- Põrked on keha lühiajalised kohtumised
- Avalduvad nii mikro-, meso- kui ka makrokosmoses
- Põrkeid jagatakse elastsetes ja mitteelastseteks
 - Elastsetes on põrked, kus säilib nii summaarne impulss kui ka summaarne kineetiline energia
 - Mitteelastsetel põrgetel säilib vaid impulss
 - nt kui kehad peale kokkupuudet kokku kleepuvad
 - Seejuures muundub osa kineetilisest energiast hõõrdumise tõttu kehade siseenergiaks (lõpuks lihtsalt soojuseks)

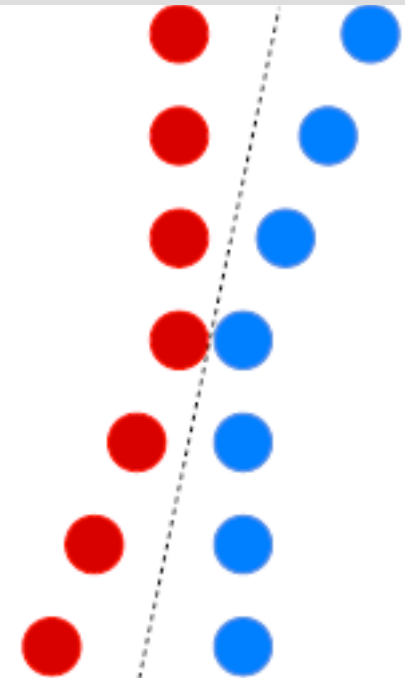
Suurte hokimängijate eelis:
Väike mass, suur kiirus;
suur mass, väike kiirus



Masskeskme suhtes

$$\sum \vec{p}_i = 0$$

kehtib igal ajahetkel

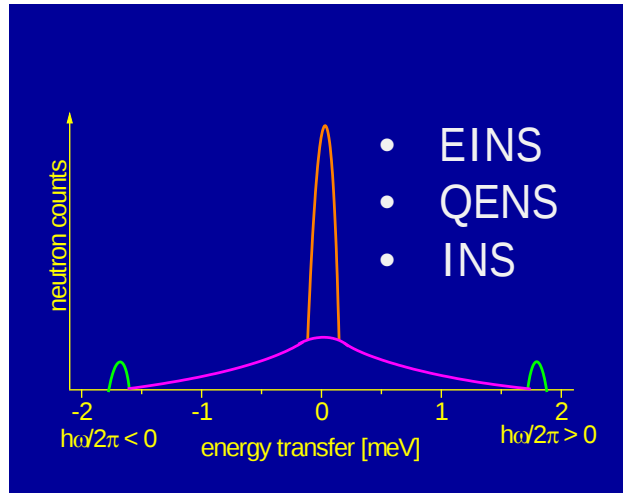
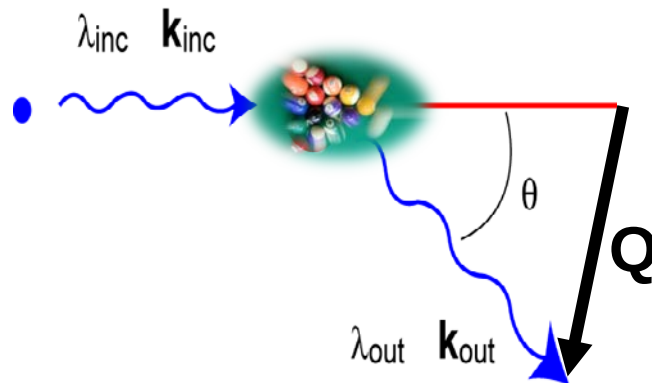


g / Two hockey pucks collide. Their mutual center of mass traces the straight path shown by the dashed line.

Types of Neutron Scattering

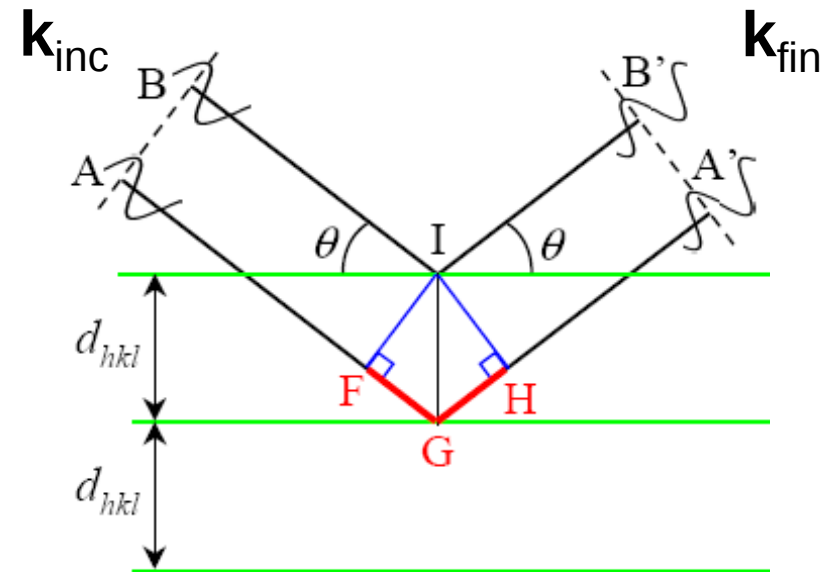
Incoherent scattering (neutron spectroscopy)

reveals protein dynamics
via energy and momentum exchange



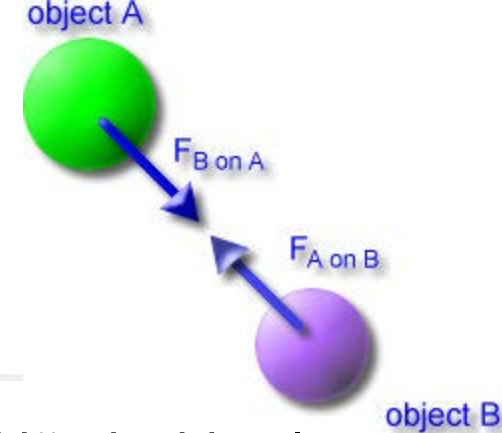
Coherent scattering (neutron diffraction)

reveals structural features



- SANS (Small Angle NS)
- Neutron Reflectometry

Newtoni III seadus

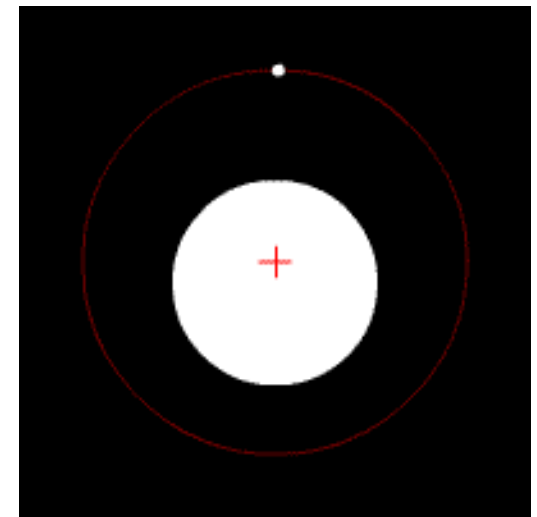
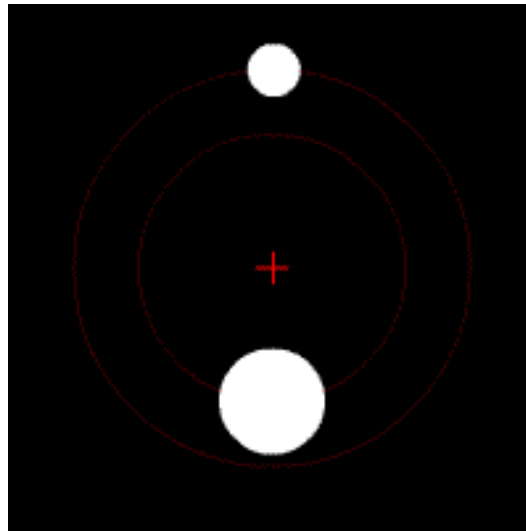
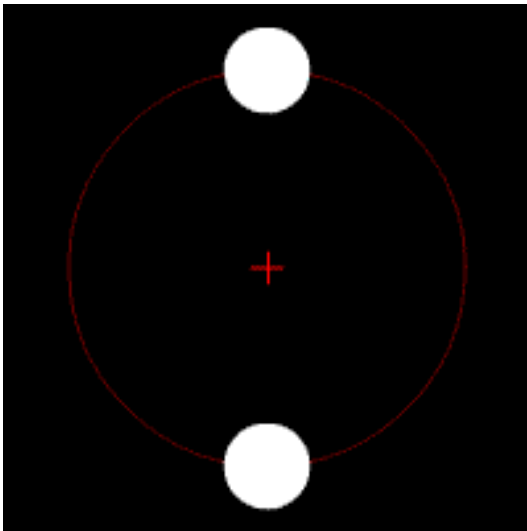
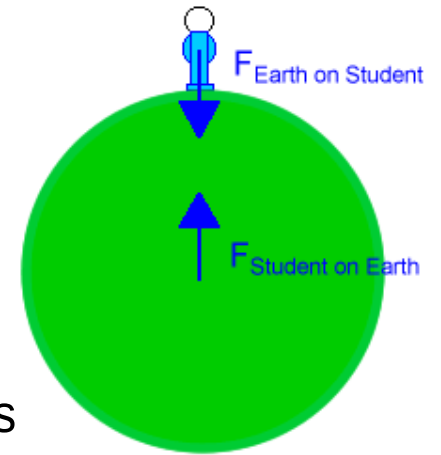


- Kui kehale mõjub jõud, siis peab **võrdne** ja **vastassuunaline** jõud mõjuma **teisele** kehale
- Newtoni III seadus tuleneb impulsi jäävuse seadusest
 - Seetõttu **üldkehtiv**, erinevalt I ja II seadusest, mis ei kehti relativistlike osakeste (nt footonid) puhul
- Ühepoolseid jõudusid pole olemas, on **interaktsioonid** ehk vastastikmõjud kehade vahel
- Interaktsioonijõud esinevad **paaridena**
- Jõud paarides on **võrdsed** kuid **vastasuunalised**
- Jõud **ei kompenseeri** üksteist, **sest mõjuvad erinevatele kehadele**
- Jõudude füüsikaline olemus jõupaarides on sama
 - nt kui mõju on gravitatsiooniline, siis on ka vastumõju gravitatsiooniline, mitte nt elektriline

$$\begin{aligned} m_1 \Delta \vec{v}_1 &= -m_2 \Delta \vec{v}_2 \\ m_1 \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t} &= -m_2 \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t} \\ F_1 &= -F_2 \end{aligned}$$

Newtoni III seadus

Mõlemad objektid kiirenevad, kuid erinevas suunas
ja erineva kiirenduse mooduliga



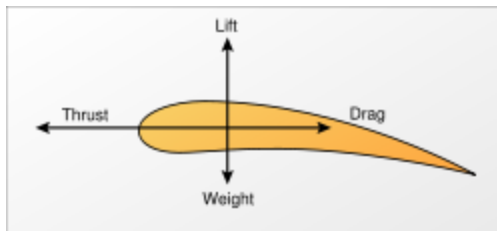
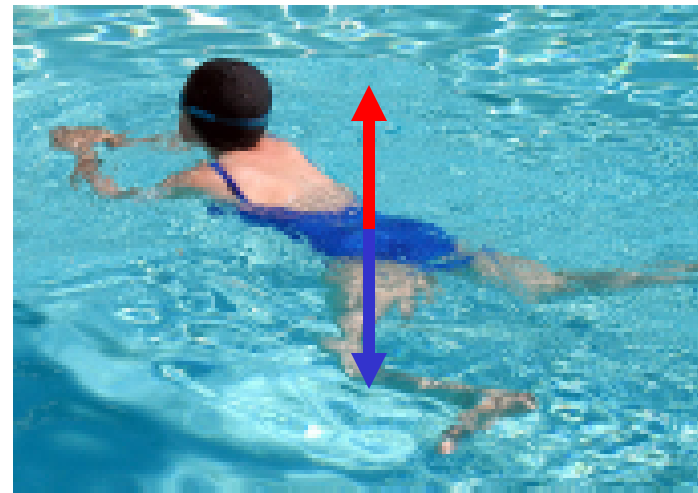
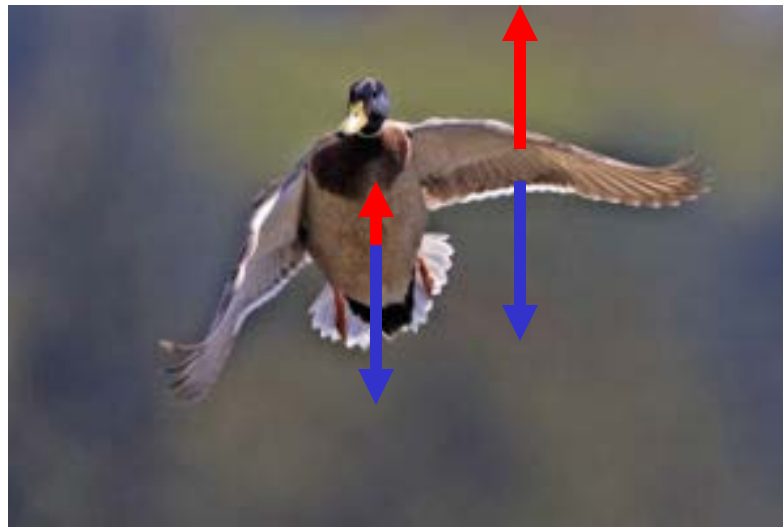
Veel impulsi jäävuse seaduse rakendusi: Reaktiivliikumine



$$\Delta m v = -(M - \Delta m) \Delta V$$

$$mv = -MV$$

Lendamise ja ujumise mehaanika



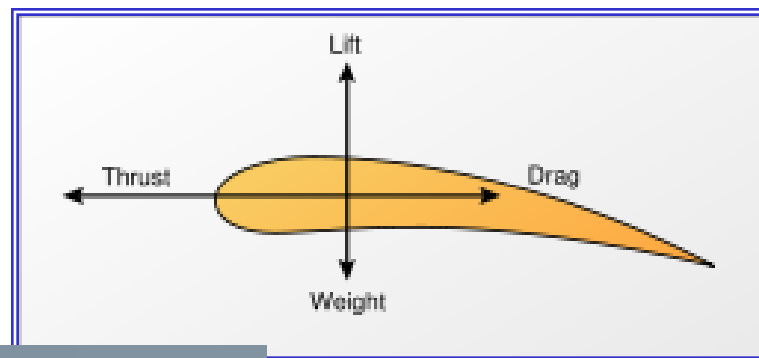
d / A swimmer doing the breast stroke pushes backward against the water. By Newton's third law, the water pushes forward on her.

Õhust raskemate kehade lend: Ettetõuge & üleslüke

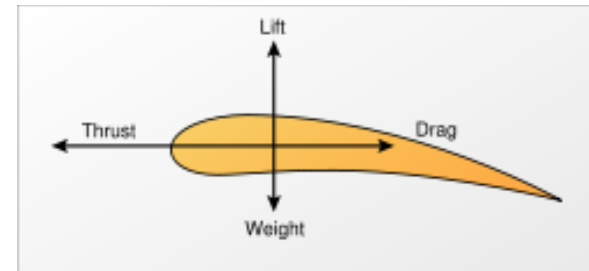
- Ettetõuge (*forward thrust*) tekib, kui õhku lükatakse taha (lennusuunaga vastupidises suunas)
- Ettetõuge on proportsionaalne õhuvoo massi ja tema kiiruse korrutisega ($p=mv$)
- Ettetõuget võib tehniliselt tekitada mitmel moel: propelleriga, sõudekruviga, turbiiniga nagu reaktiivlennukitel või rakettmootoriga



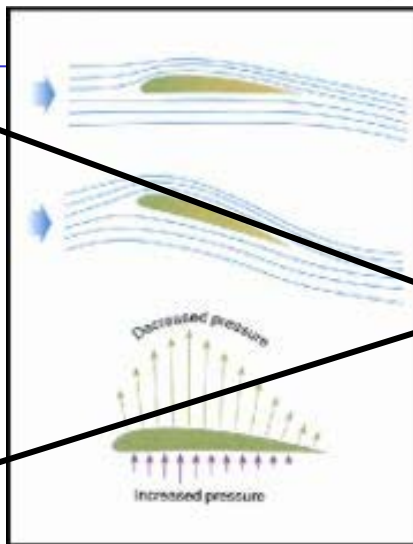
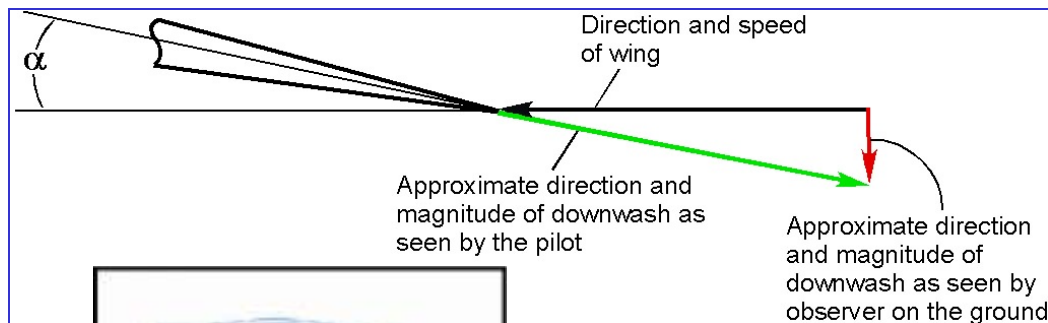
Wright Flyer | esimene lend 17.12. 1903



Õhust raskemate kehade lend: Üleslücke



$$mv = -MV$$



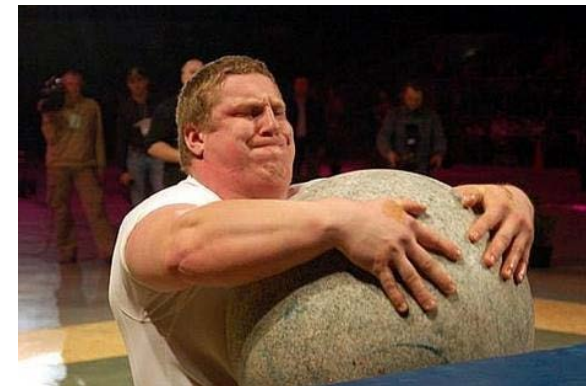
$$p + \rho \frac{v^2}{2} + \rho gh = \text{const}$$

Parun Münchhauseni arusaamatus

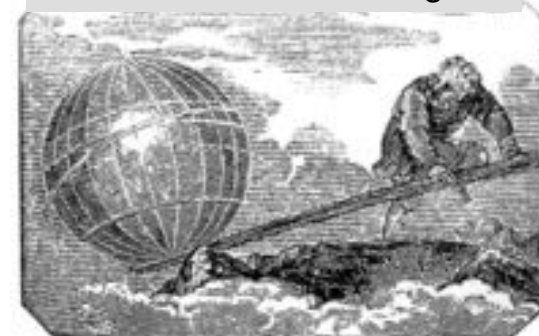
Miks pole võimalik ennast juustest tirides maast üles sikutada?
Aga kuidas on võimalik kive/raskusi maast üles tõsta?



1720 – 1797



Kas Archimedesel oli õigus?

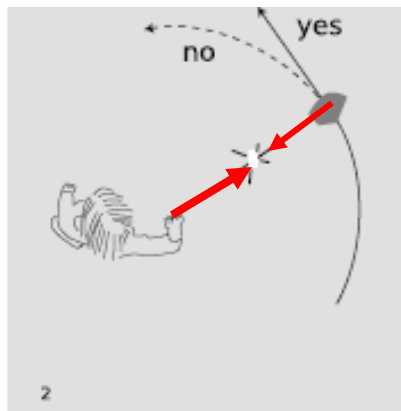
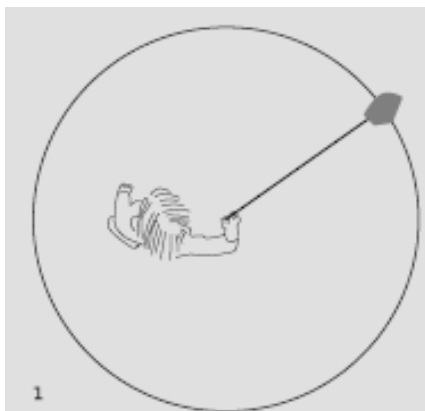


Georg Lurich (1876-1920) - üks kuulsamaid Eesti rammumehi.

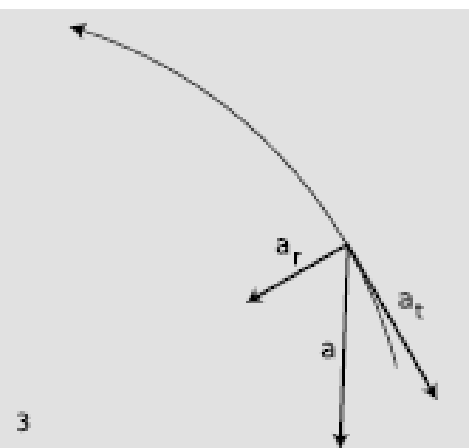
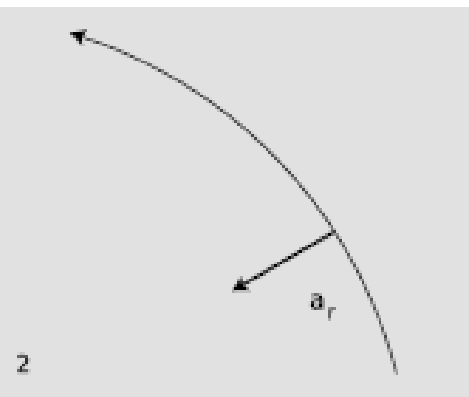
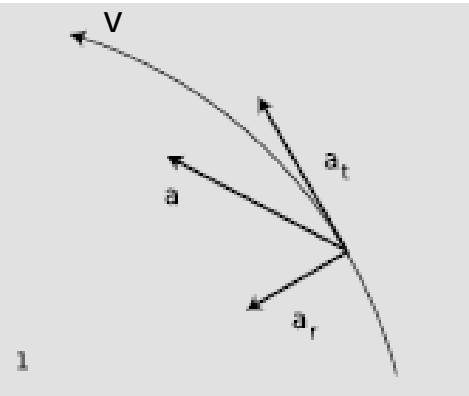
Inertsijõud



- Ringliikumise säilitamine nõuab jõudu
- Kiirenduse vektor osutab mõjuva jõu suunda, mitte liikumise suunda
- Objekt liigub igal ajahetkel puutuja suunas
- Kätt ja objekti siduva nööri katkemisel jätkab objekt inertsil toimetel puutujasuunalist liikumist

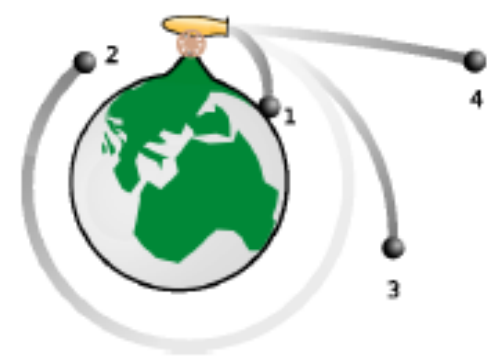


$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$
$$\vec{a} = \vec{a}_r, \text{ kui } \vec{a}_t = 0$$



Kirjeldage neid liikumisi mõjuvate jõudude seisukohast

$$v = \omega r$$



Jõud kiirendusega liikuvas taustsüsteemis

- Keha liigub ringikujulisel trajektooriga tänu **kesktõmbe- ehk tsentripetaaljõule**, mis tõmbab teda ringi keskpunkti suunas
 - Kesktõmbejõud võib olla nt gravitatsioonilist või elektrilist päritolu
- Kesktõmbejõuga **võrdne** aga vastassuunaline on **kesktõukejõud** ehk tsentrifugaaljõud, mis mõjub pikki raadiust väljapoole
- **Kesktõukejõud ei ole mingi uus jõud**, vaid sellesama kesktõmbejõu avaldumine **kiirendusega liikuv** taustsüsteemis (mitteinertsiaalsüsteem). Sestap kutsutakse teda ka **pseudojõuks**
- **Kesktõukejõu põhjuseks on keha inerts**

Orbiidil püsimise tingimus:

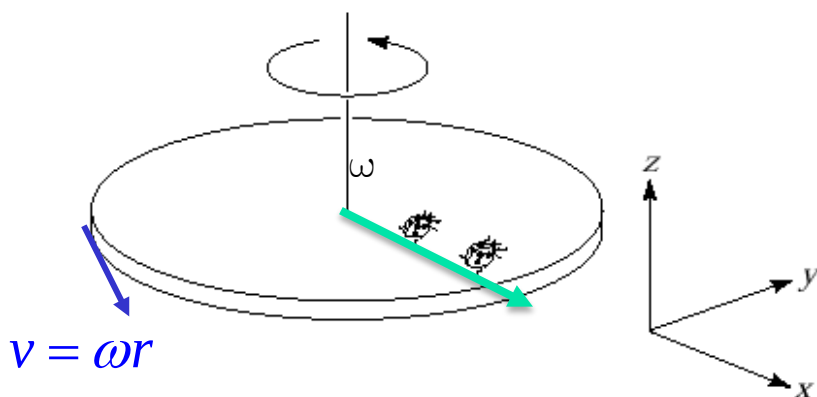
$$F_{\text{raskus}} = F_{\text{kesktõukejõud}}$$

$$mg = m \frac{v^2}{R} = m \frac{\omega^2 R^2}{R} = m \omega^2 R$$

I kosmiline kiirus:

$$v = \sqrt{gR} \sim 8 \text{ km / s}$$

Jõud kiirendusega liikuvas taustüsteemis: Teine näide



$$F_r = ma_{r(\text{adiaal})}$$

$$F_r = m\omega^2 r$$

$$v = \omega r$$

$$F_r = \frac{mv^2}{r}$$

*Karusellil
püsimise tingimus :*

$$F_{\text{hõõrde}} = F_r$$

$$\mu mg = m\omega^2 r$$

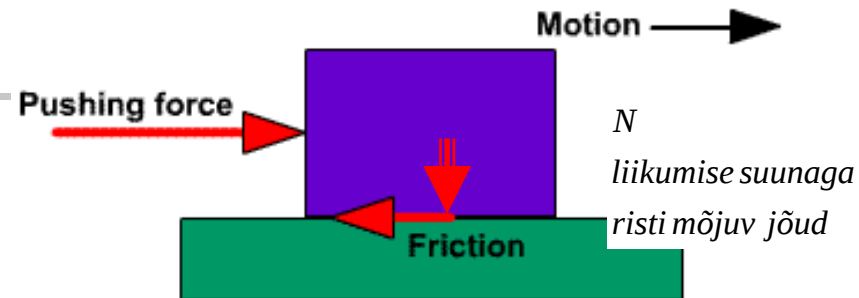
$$\mu g = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$$

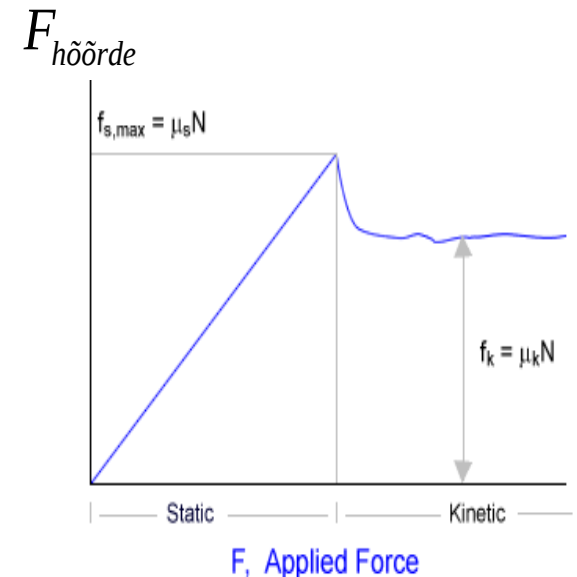
$$v = \sqrt{\mu gr}$$

Hõõrdejõud

- Hõõrdejõud
 - Staatileine (seisu)
 - Kineetiline (liuge)
- $F(\text{staatileine}) > F(\text{dünaamiline})$
- Mõjub alati tõukavale/tõmbavale jõule (liikumisele) vastupidises suunas
- Ideaalis ei sõltu pindalast ega liikumise kiirusest
 - pindalast sõltumatuse põhjendus: miroskoopiliste sidemete kollektiivne iseloom
- Praktikas sõltub nii ühest kui ka teisest. Vastavat uurimisvaldkonda nimetatakse **triboloogiaks**



$$F_{\text{hõõrde}} = \mu_{s,k} N$$



Tsentrifugaaljõu (inertsijõu) avaldusi

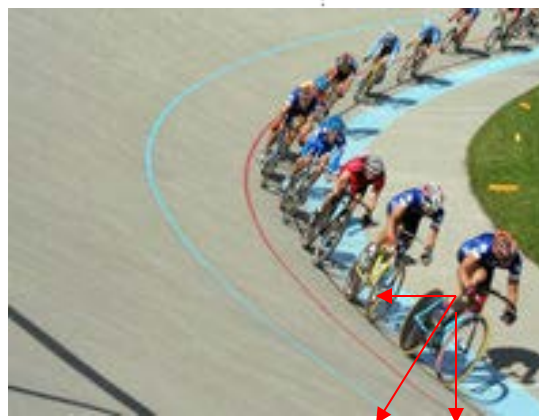
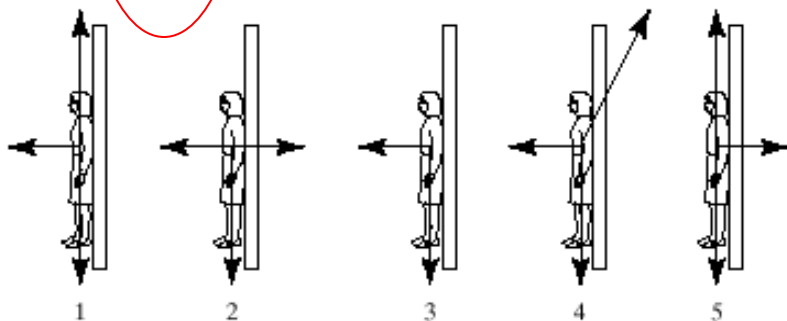
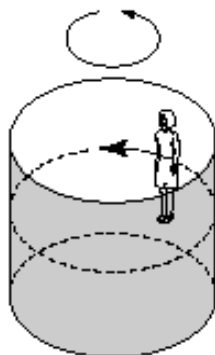
- Autoga/jalgrattaga kurvis
- Vanaema koorelahutaja
- Tünnissõit

Võrdse suurusega ovaal.
Kus tuleks kalle suurem
ehitada, kas autodroomil
või jooksurajal?

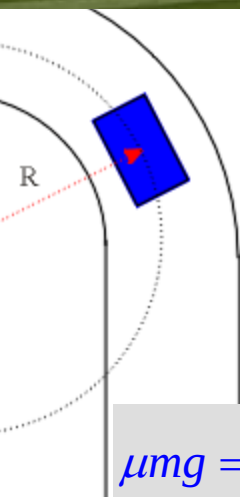


Mis

?



Mida need nooled
kujutavad?
Kuhu nad rakenduvad?



$$\mu mg = \frac{mv^2}{R}$$

Max kiirus ilma
kaldega rajal ei
sõltu massist

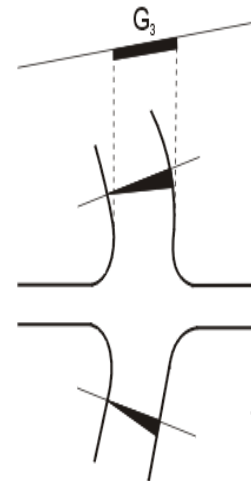
$$v = \sqrt{Rg\mu}$$

Inertsijõududega on mõistlik arvestada

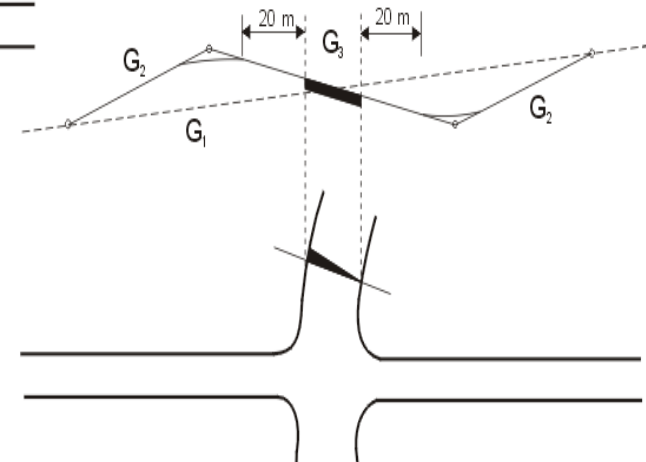
Miks ehitatakse sillad ikka kumerusega ülespoole, mitte kunagi allapoole?



A KÕRVALTEE PIKIKALDE SUUND ÜHTIB PEATEE VIRAAPIKALDEGA

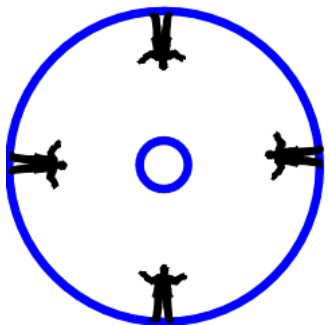


B KÕRVALTEE PIKIKALDE SUUND EI ÜHTI PEATEE VIRAAPIKALDEGA



Miks ehitatakse kurvid sissepoole kaldu?
Miks me kurvis sõites ennast kallutame?

Inertsijõu rakendusi: Tehislik gravitatsioon



"põrand"



Kuhu "randub" kosmoselaev?

Kaal vs asukoht Maal

Raskus (vektor!):

$m\mathbf{g}$

Kaal (vektor!):

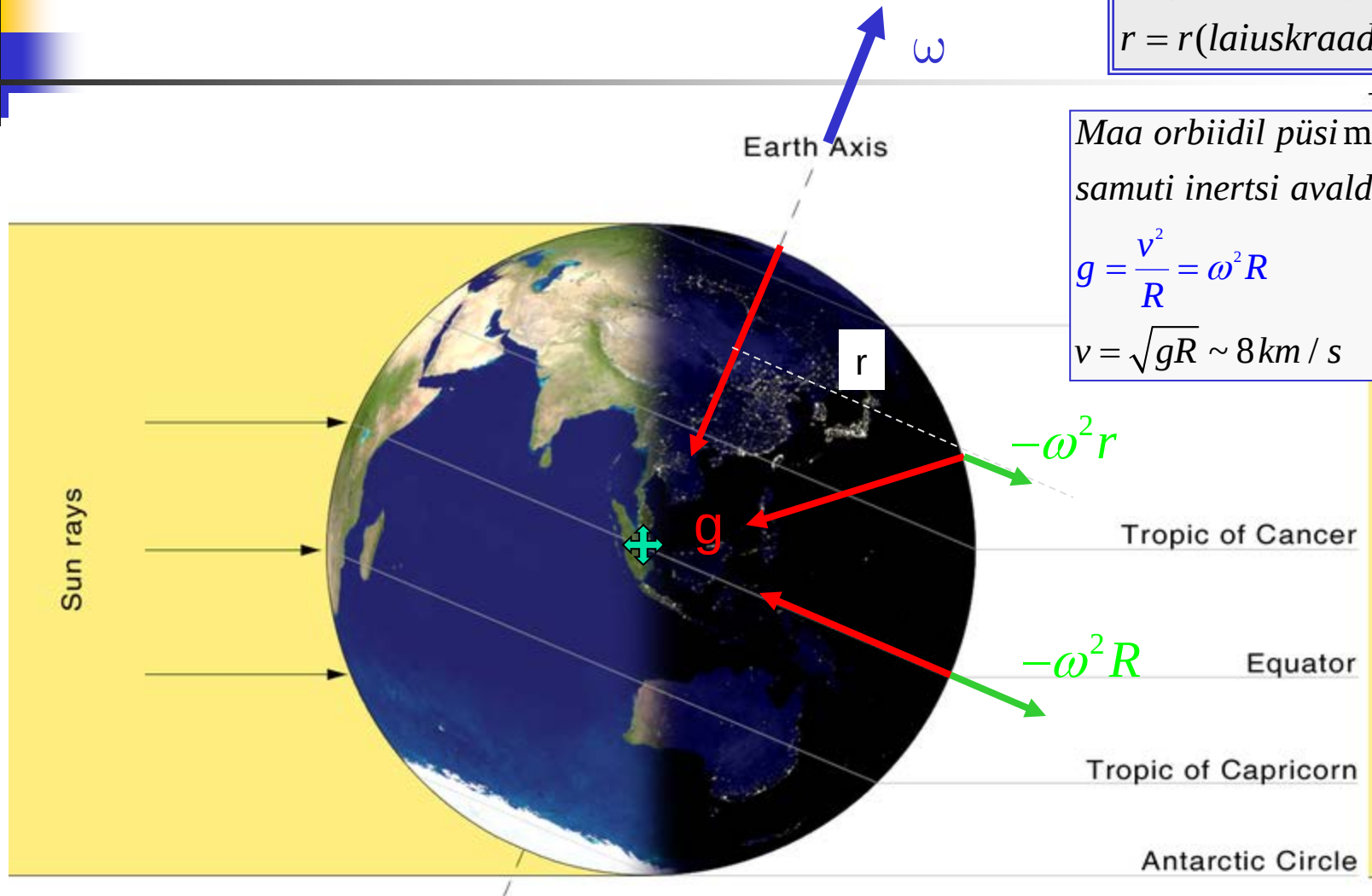
$$m(\mathbf{g} - \mathbf{a}) = m(\mathbf{g} - \omega^2 \mathbf{r})$$

$r = r(\text{laiuskraad})$

Maa orbiidil püsimine on samuti inertsia avaldus:

$$g = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

$$v = \sqrt{gR} \sim 8 \text{ km/s}$$



Maa pöörleb ida suunas (Maal asuva vaatleja jaoks tõuseb Päike idast)

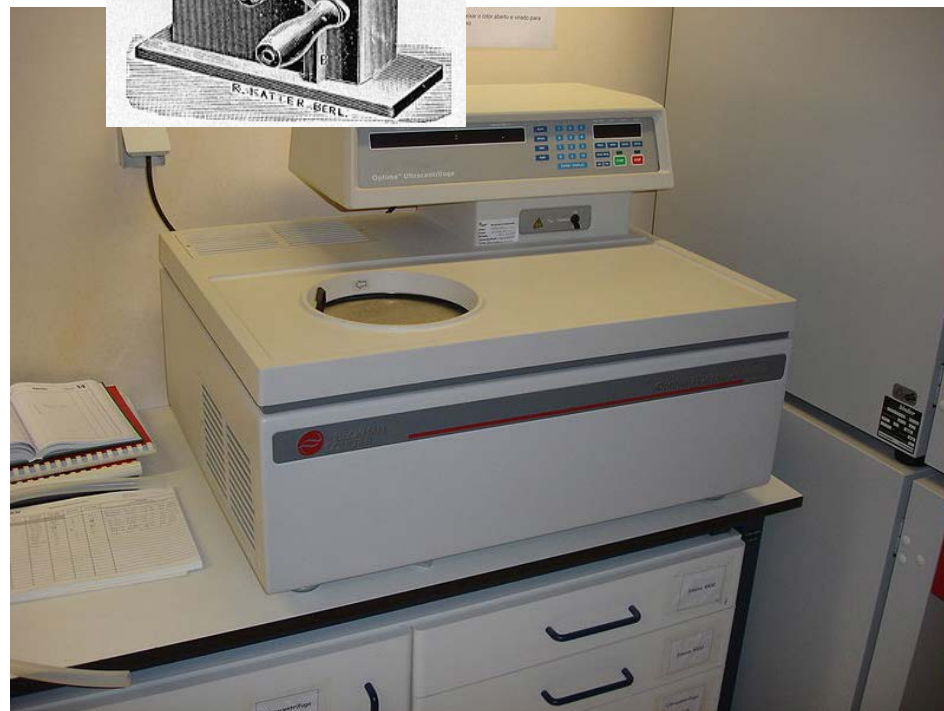
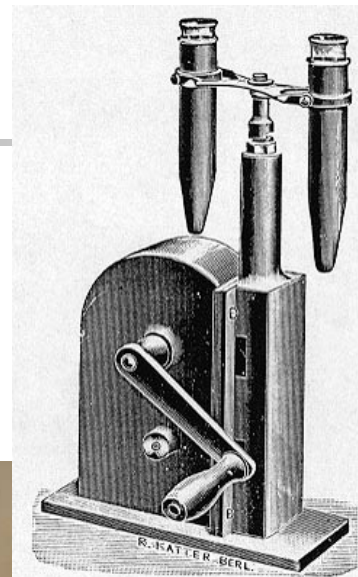
Inertsijõu rakendusi: Tsentrifuug

- Ultratsentrifuugi leiutas 1923. a rootslane Theodor Svedberg
- Tekitab kiirendusi kuni 10^5 g
 - Vrd: Inimene kannatab lühiajaliselt kuni 10 g

~60000 rpm = 1000 rps = 1000 Hz
(RPM, r/min, või $\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$)

Võrdle vooluvõrgu sagedusega
 $50 \text{ Hz} = 50 \times 60 = 3000 \text{ rpm}$

Kuidas peab küveti kinnitama,
et asi töötaks?
Mõelge jõumomendi peale



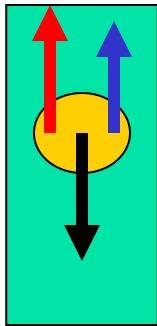
Kuidas töötab tsentrifuug?



Osakesele seisvas katseklaasis mõjuvad jõud

Hõõrdejõud:

$-bv$



Üleslükkejõud:
 $-\rho Vg = -m(\text{solvent})g$

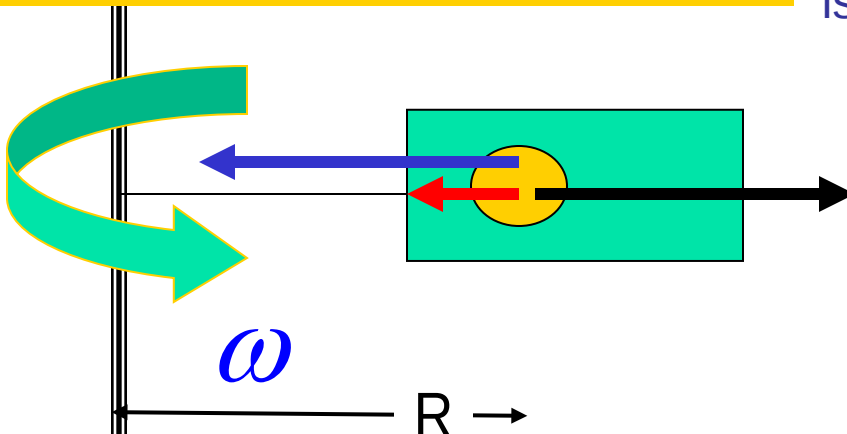
Raskusjõud:
 $m(\text{molekul})g$

- Osakesele (nt valgu molekul) mõjuvad vedelikus 3 jõudu.

Pöörlevas süsteemis, kui $\omega^2 R \gg g$:

- asendub mg $\rightarrow m\omega^2 R$ (sõltub molekuli massist)
- ρVg $\rightarrow \rho V\omega^2 R$ (sõltub molekuli ruumalast ja solvendi tihedusest)
- jääb samaks bv (sõltub molekuli kujust)

Osakesele pöörlevas katseklaasis mõjuvad jõud



Jõudude tasakaalu korral, mis on molekuli iseloomustav suurus

$$m_{\text{molekul}} \omega^2 R = V_{\text{molekul}} \rho_{\text{solvent}} \omega^2 R + b_{\text{molekul}} v$$

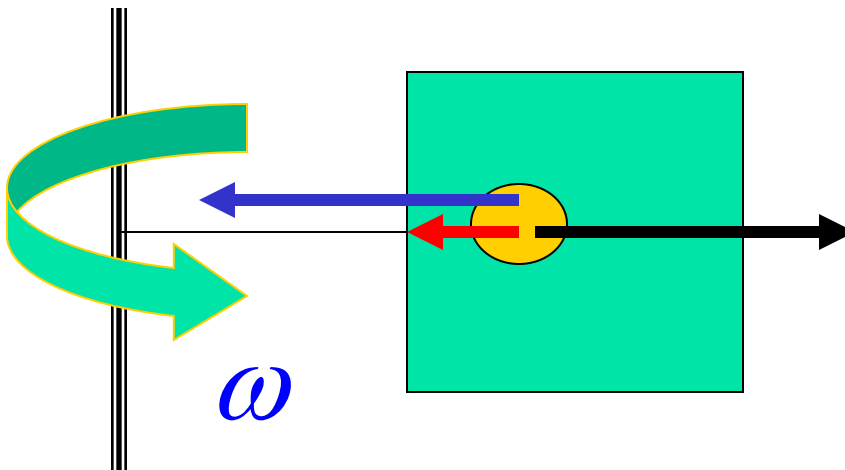
$$S_v = \frac{v}{\omega^2 R} = \frac{m_{\text{molekul}} - V_{\text{molekul}} \rho_{\text{solvent}}}{b_{\text{molekul}}}$$

$$S_v = \frac{\text{se dim entatsioonikiirus (m / s)}}{\text{rakendatud kiirendus (m / s^2)}}$$

$$1S_v = 100 \text{ fs} = 10^{-13} \text{ s} = 0.1 \text{ ps (sedimentatsiooniaeg)}$$

Sv- või S-arv

- Suuremaid molekule iseloomustab suurem S-arv
- Näiteks eubakterite 70 S ribosoom koosneb 50 S ja 30 S alamühikust



Näide 2.17. Vaatleme uuesti näites 2.6. toodud ultratsentriifuugi, mille pöörlemissagedus $f = 1 \text{ kHz}$. Olgu rootori läbimõõt 25 cm . Kui suur on kesktõmbekiirendus ja väliste osade joonkiirus?

Nurkkiirus on $\omega \approx 6,3 \cdot 10^3 \text{ 1/s}$ (näide 2.6). Pöörlemisteljest kaugusel R olevate aineosakeste kesktõmbekiirendus:

$$\begin{aligned} a_k &= v^2 / R = \omega^2 R = (2\pi f)^2 R = \\ &= (2\pi \cdot 10^3)^2 \cdot (0,25/2) \text{ m/s}^2 \approx 4,9 \cdot 10^5 \text{ m/s}^2, \end{aligned}$$

mis on $\approx 50\,000 \text{ g}$. Seega igale grammile tsentriifuugi välistes osades vastab umbes 50 kg mass. Rootor peab olema niisil eriti vastupidav ja töökindel.

Rootori väliste osade joonkiirus on:

$$v = \omega R = 6,3 \cdot 10^3 (1/\text{s}) (0,25/2) \text{ m} \approx 790 \text{ m/s} \approx 2800 \text{ km/h}.$$

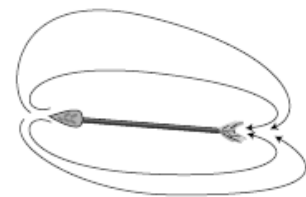
Õhutakistuse ja kuumenemise vähendamiseks on rootor paigutatud vaakumisse.

Kokkuvõte: Liikumine



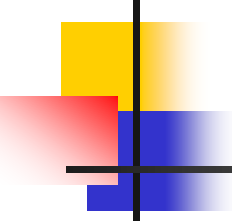
- Aeg ja ruum on vaatelejast sõltuvad suhtelised mõisted
- Liikumist iseloomustab liikumisvõrrand, mis on keha asukoha ajast sõltuvuse (trajektoori) matemaatiline üldistus.
Liikumisvõrrandi tuletised aja järgi annavad keha kiiruse ja kiirenduse antud ajahetkel
- Liikumise põhivormid: kulgliikumine, pöördliikumine, võnkumine tasakaaluasendi ümber ja nendega seotud mõisted
- Jõud mõjuvad kehade vahel.
Jõud põhjustab liikumisoleku muutust (kiirendust), mitte liikumist
Jõud on impulsi ülekande kiirus ühelt kehalt teisele
- Mass on mateeria muutumatu (invariantne) omadus
Raskus on gravitatsiooniväljas mõjuv jõud, mis on rakendatud keha masskeskmesse
Kaal on jõud, mis on rakendatud keha toetuspunktile
- Newtoni III seadus tuleneb impulsi jäävuse seadusest
- Lendamise ja ujumise mehaanika
- Tsentrifuugis rakendatakse mitmeid mehaanika põhimõtteid. Millised need on?

Kaks maailmavaatelist murrangut



a / Aristotle said motion had to be caused by a force. To explain why an arrow kept flying after the bowstring was no longer pushing on it, he said the air rushed around behind the arrow and pushed it forward. We know this is wrong, because an arrow shot in a vacuum chamber does not instantly drop to the floor as it leaves the bow. Galileo and Newton realized that a force would only be needed to change the arrow's motion, not to make its motion continue.

- Sissejuhatusest: Kehadevahelised vastastikmõjud toimuvad väljade kaudu (Faraday)
 - Mõju on seda suurem, e kehale avalduv jõud on seda tugevam, mida kiiremini muutub välja potentsiaal antud ruumipunktis
 - Jõud mõjub alati suunas, mis viib potentsiaali vähenemisele
- Sellest pt-st: Jõud on liikumiseleku muutumise põhjus (Galilei/Newton), mitte liikumise põhjus
- Mida jõud ei ole?
 - Ei ole (ühe) objekti omadus. Mass/energia on, laeng võib olla, väli on, aga jõud ei ole. Jõud ilmneb vaid vastastikmõjus!
 - Ei ole objekti liikumise mõõt
 - Ei ole energia
 - Jõudu ei saa koguda ega kulutada



Kokkuvõtlikult kinemaatikast

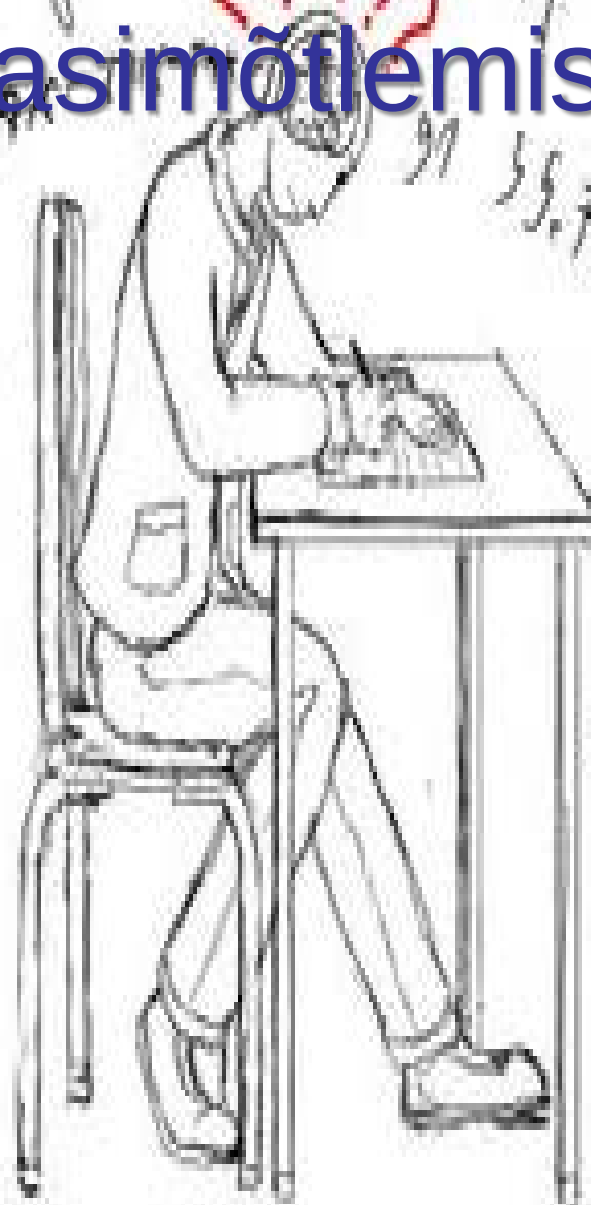
- Kulgliikumine (nihe, kiirus, kiirendus)
- Pöördliikumine (tangentsiaalne kiirus/kiirendus, radiaalne kiirus/kiirendus)

Liikumise liik	Kiirus	Kiirendus
Ühtlane	Const.	0
Ühtlaselt kiirenev	Ühtlaselt muutuv	Const.
Mitteühtlaselt kiirenev	Muutub ebaühtlaselt	Muutub

Kulg- ja pöördliikumine

Füüsikaline suurus	Kulgliikumine	Pöördliikumine	
Nihe/läbitud tee (m)	$s = vt$	Pöördenurk/nurknihe (rad=m/m=1) $\varphi = s / r$ $\varphi = \omega t$	Puutujasuunaline ehk tangentsiaalne nihe $s_t = \varphi r = (\omega r)t$
Kiirus (m/s)	$v = \frac{ds}{dt}$ $v = at$	Nurkkiirus (rad/s) $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ $\omega = \alpha t$	Tangentsiaalne kiirus $v_t = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi v r = \omega r$
Kiirendus (m/s/s)	$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$ $s = \frac{at^2}{2}$	Nurkkiirendus (m/s/s) $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$ $\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t + \frac{a}{2}t^2$	Radiaalkiirendus $a_n = \frac{2\pi v_t}{T} = \omega^2 r = \frac{v_t^2}{r}$

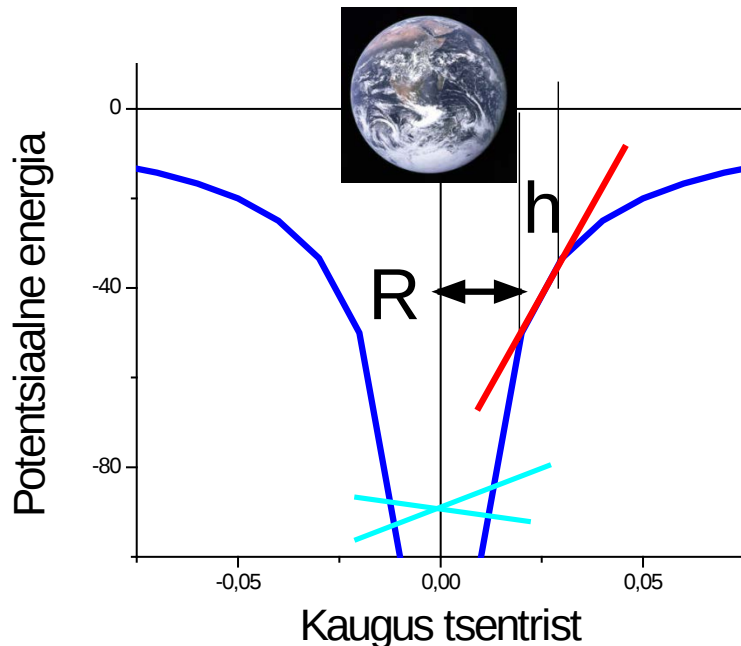
Ainet edasimõlemiseks



Miks on maalähedases ruumis $g = \text{const}$ hea lähendus?

- Maalähedane ruum, kus g võib veel konstantseks pidada ulatub sadade km kõrgusele

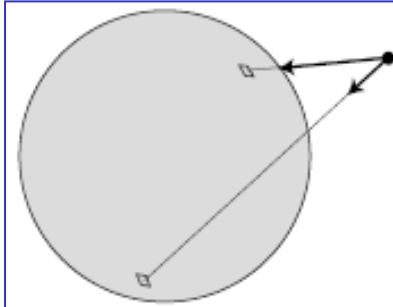
$$h/R \sim 200/6400 = 1/32 \sim 3\%$$



$$g = \text{const} \approx 9.81 \text{ m/s}^2$$

või

$$a_g = G \frac{M}{R^2}$$



m / An object outside a spherical shell of mass will feel gravitational forces from every part of the shell — stronger forces from the closer parts, and weaker ones from the parts farther away. The shell theorem states that the vector sum of all the forces is the same as if all the mass had been concentrated at the center of the shell.

$$y(R+h) = y(R) + \frac{h}{1!} y'(R) + \frac{h^2}{2!} y''(R) + \dots$$

Punkt R asub Maa pinnal

$$E_{\text{pot}} \propto -\frac{1}{r}$$

$$\Delta E_{\text{pot}} = E_{\text{pot}}(R+h) - E_{\text{pot}}(R)$$

$$\approx E'_{\text{pot}}(R) \cdot h = F \cdot h = mg \cdot h$$

$$F = -E'_{\text{pot}}(R) \propto \frac{1}{r^2}$$



- Mitu N kaalub keha massiga 1 kg?

Aga Kuul?

- Paadist kaldale hüppates tõukate paati kaldast eemale.

Kumb liigub hüppe (tõuke) lõpuks kiiremini, teie kalda poole või paat kaldast eemale?

Millest see sõltub?

- Punkt ekvaatoril liigub kiirusega 0.465 km/s (suurem kui heli kiirus).

Miks me midagi ei tunneta?

- Milline on punkti ringjoonel liikumisest tingitud kiirendus? Võrrelge raskuskiirendusega.

- Pall kukub käest põrandale ja põrkub sealt elastselt tagasi.

Kui suur impulss anti edasi põrandale?

Näita, et impulsi jäävuse seadus kehtib.

- Kas meie kaal sõltub asendist maakeral?

Kui sõltub siis miks?



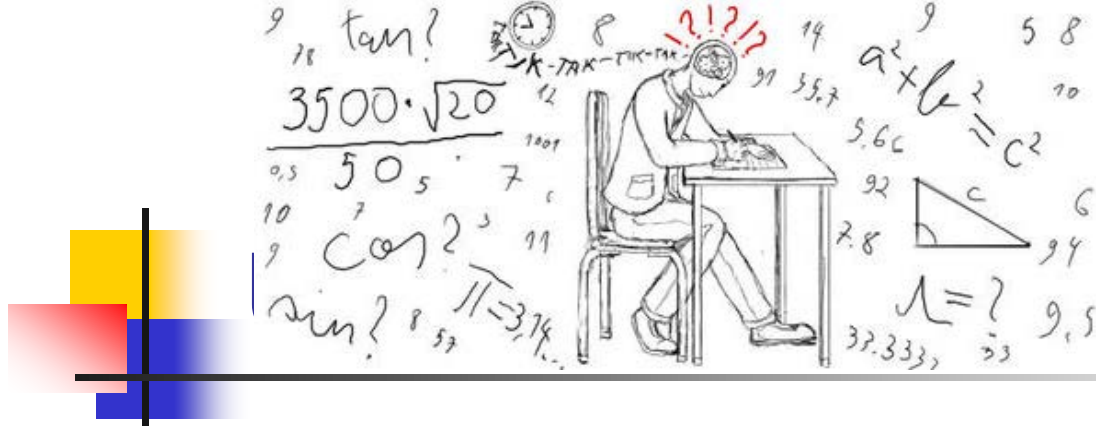
- Kuidas liigub kõrgest tornist alla lastud kivi?
- Kas kaugus torni vundamendist sõltub sellest, kui kõrgelt kivi alla visati?
- Kas tulemus sõltub nt laiuskraadist?





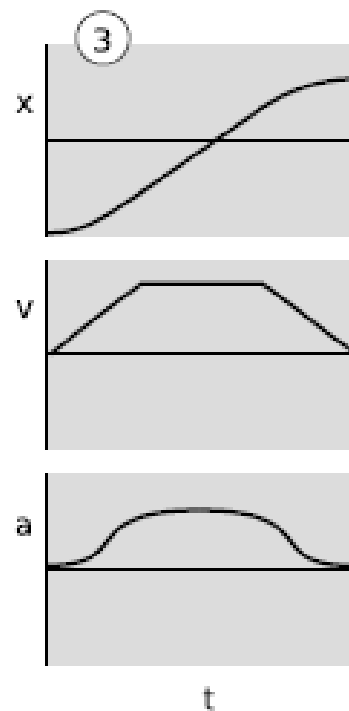
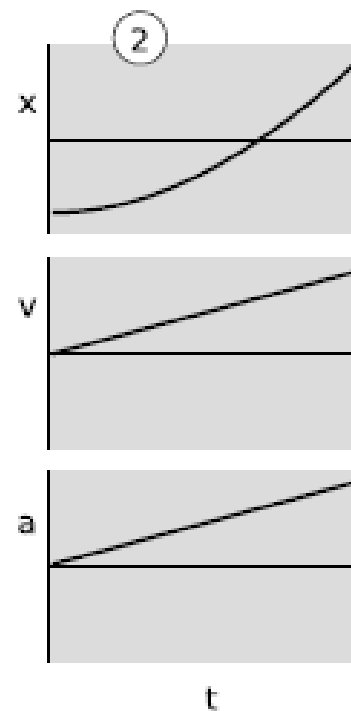
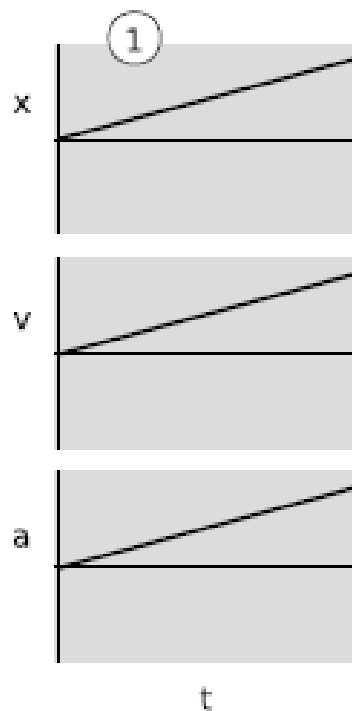
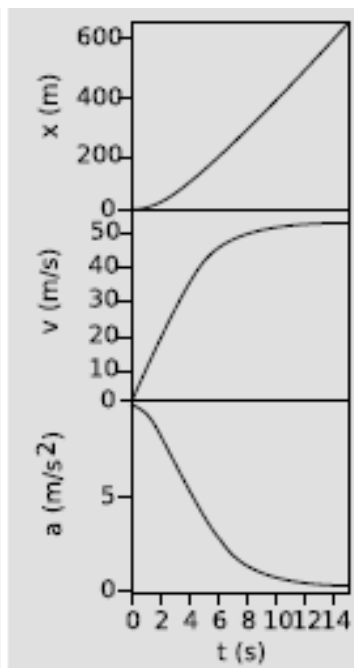
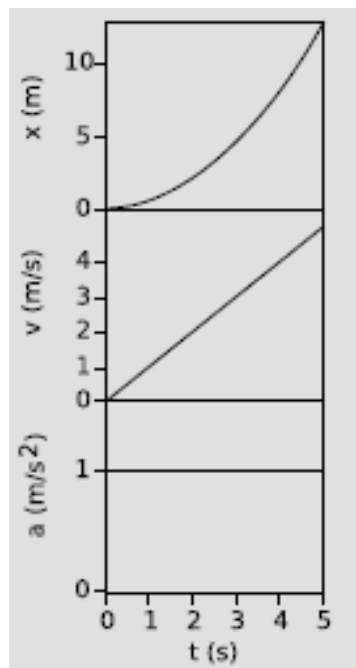
Mis on siin pildil valesti?

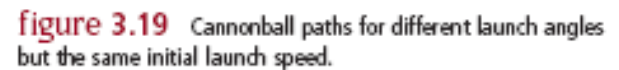
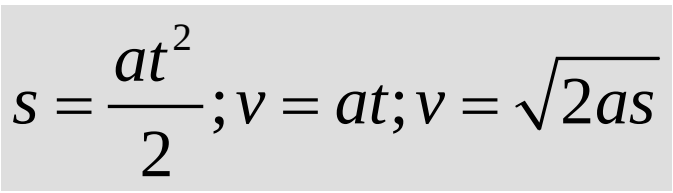




• Näide

■ Mis on siin untsu läinud?





-
- The image contains three separate diagrams, each showing a vector v_0 in a 2D coordinate system. In each diagram, the vector v_0 is shown as a blue arrow originating from the origin. A dashed rectangle is drawn with the vector as the diagonal. The horizontal and vertical sides of the rectangle are represented by blue arrows, indicating the horizontal and vertical components of the vector. The angle between the vector v_0 and the positive horizontal axis is labeled in each diagram: 20° for the first, 45° for the second, and 70° for the third.

figure 3.20 Vector diagrams showing the horizontal and vertical components of the initial velocity for the three cases illustrated in figure 3.19.

Raskusväljas vabalt liikuvate kehade trajektoor on ruutparabool

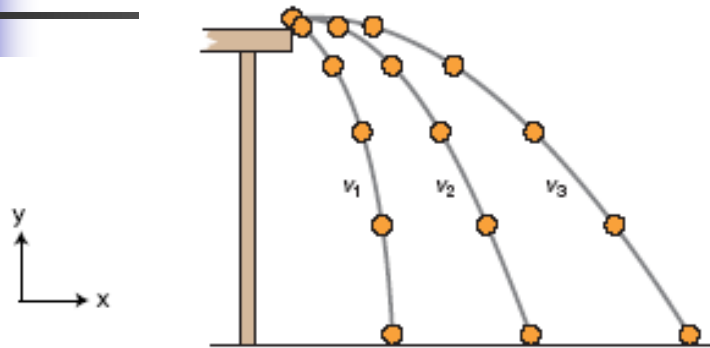


figure 3.15 Trajectories for different initial velocities of a ball rolling off a table: v_3 is larger than v_2 , which in turn is larger than v_1 .

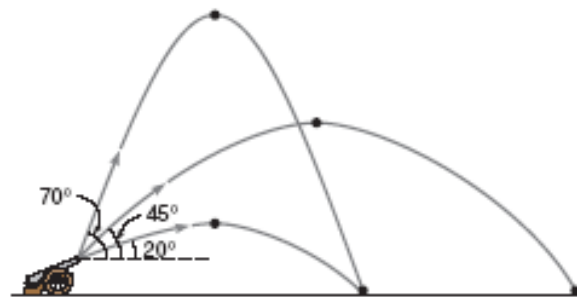
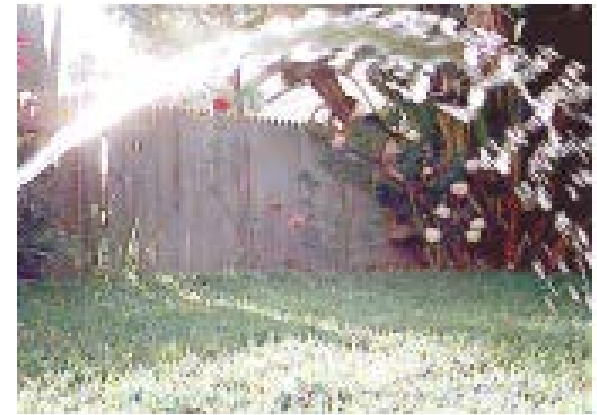


figure 3.19 Cannonball paths for different launch angles but the same initial launch speed.



f / Each water droplet follows a parabola. The faster drops' parabolas are bigger.

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \quad (a_y < 0)$$

$$x = v_x t$$

Teades laua kõrgust ja v_x leiame t, x

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}; x = v_x \sqrt{\frac{2h}{g}}$$



- Milline on Usain Bolt keskmine kiirus 100 m maailmarekordi püstitamisel (vt alumist pilti)?
- Milline on maksimaalne kiirus, kui sportlane läbis esimesed 30 m ühtlaselt kiirenevalt?



Läbitud tee leidmine ühtlase kiirusega liikumisel

- Ühtlane ($v = \text{const.}; a = 0$)

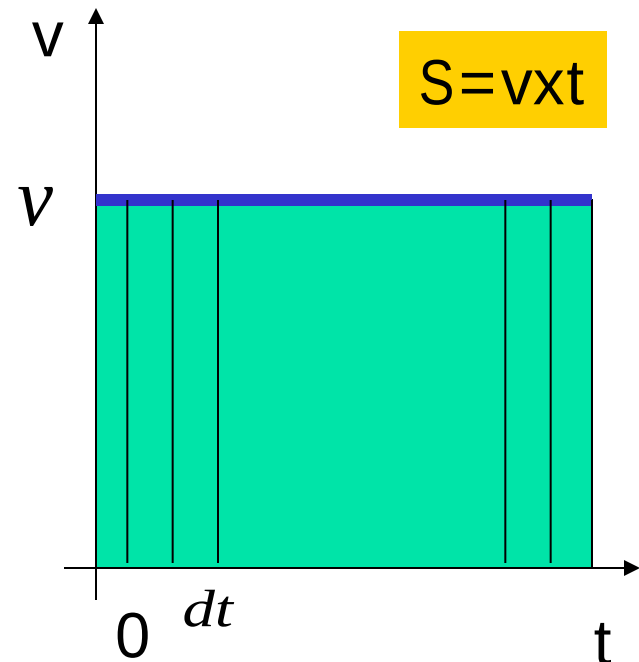
$$s = vt$$

$$s = vt; v = \text{const.}$$

$$s = \sum_i v dt_i = \int_{t_1}^{t_2} v dt =$$

$$v \int_{t_1}^{t_2} dt = v t \Big|_{t_1}^{t_2} = v(t_2 - t_1) = v \Delta t$$

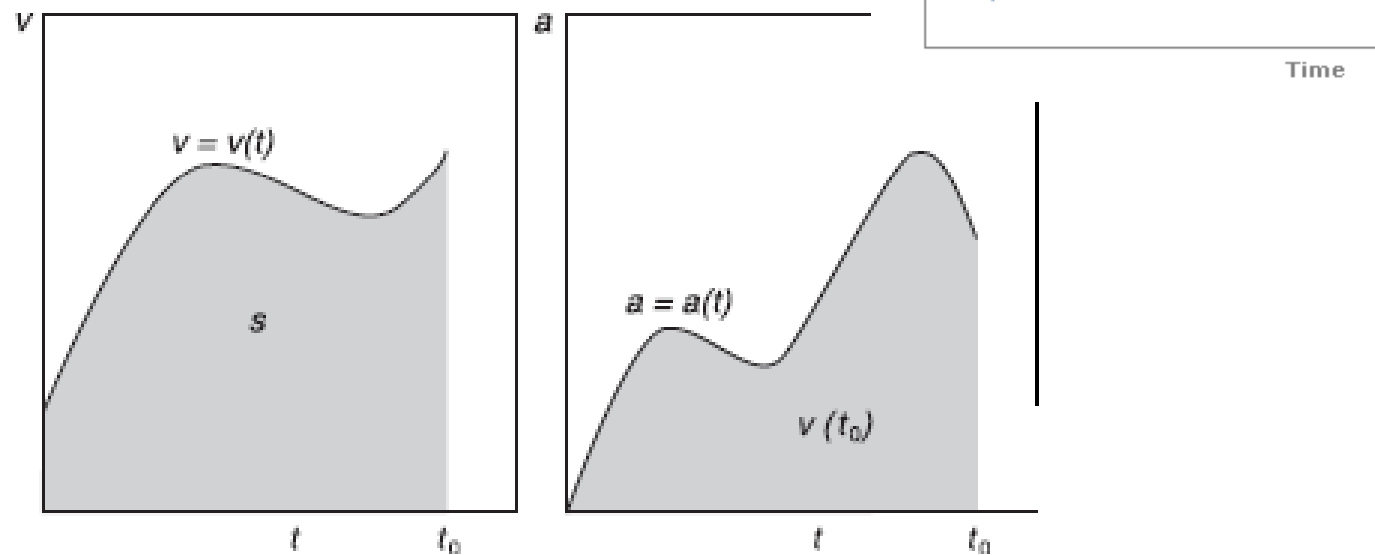
*s võrdub graafikualuse
pindalaga*



*igas ajavahemikus Δt
läbitakse võrdne tee*

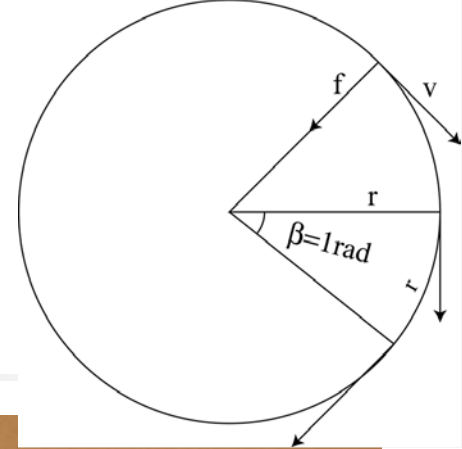
Teepikkuse, kiiruse ja kiirenduse graafiline seos üldjuhul

$$ds(t) = v(t)dt$$
$$dv(t) = a(t)dt$$



Joonis 2.5. *Keha liikumise graafiline esitus. (a) Kiiruse sõltuvus ajast üldjuhul. (b) Kiirenduse sõltuvus ajast üldjuhul.*

Radiaalkiirenduse valemi tuletamine (Lev Landau)



■ Radiaalkiirendus

on ühe täisringi jooksul toimunud kiiruse muutuse ja täisringi tegemiseks kulunud aja jagatis

- Ühik peab olema m/s^2 , kontrollige!

$$a_n = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2\pi v}{T}$$

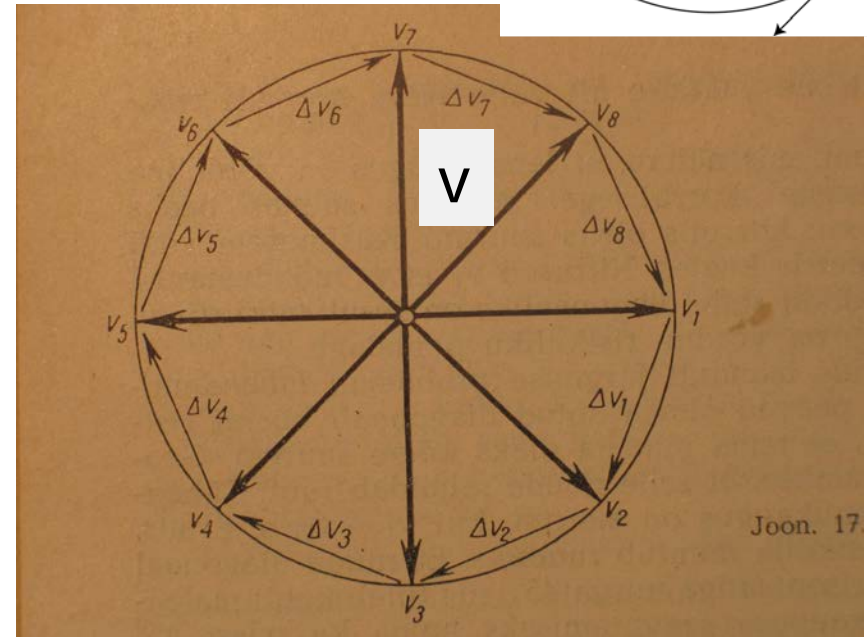
$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

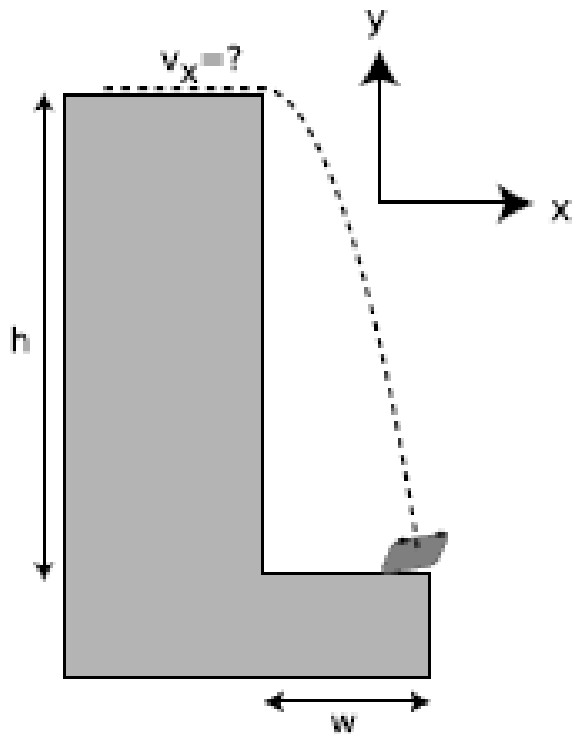
$$v = \omega r$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$$

n on täispöörete arv



$$a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r = 4\pi^2 n^2 r$$



- Teeõnnetuses on auto pangast alla sõitnud
- Uurijad teavad h ja w
- Nad otsivad vastust küsimusele, kui kiiresti auto sõitis:
 $v_x = ?$

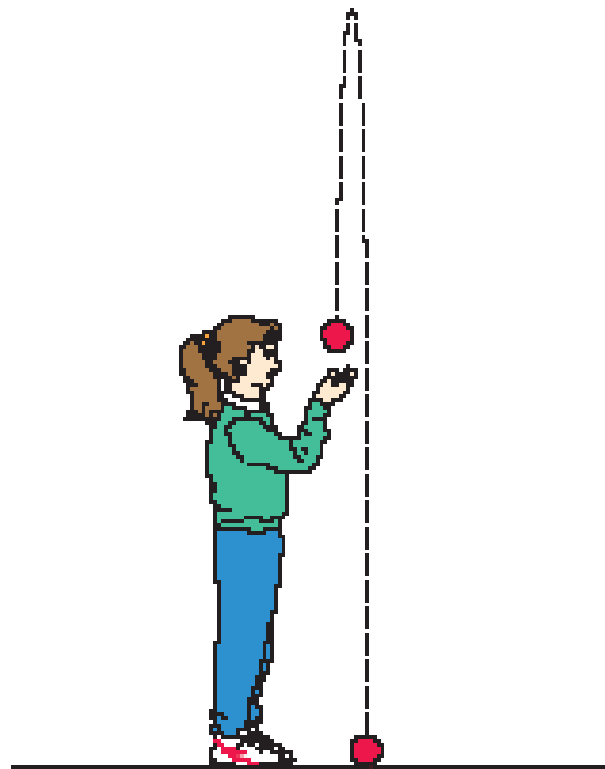


figure 3.9 A ball thrown upward returns to the ground.
What are the magnitude and direction of the velocity at different points in the flight?

Mõõtmistäpsus ja informatsioon



- Mõõtmiste/katsete eesmärk on uue teabe e informatsiooni saamine
- Informatsiooni mõõtühikuks on bit (e k bitt) ehk valik kahe võimaluse vahel (tuleneb sõnapaarist *binary digit*)
 - 2^1 (2 võimalust: 1 and 0) valik kahe võimaluse vahel annab 1 bitt informatsiooni
 - $2 \times 2 = 2^2$ (4 võimalust: 11, 00, 10, 01): 2 bitti
 - 2^3 (8 võimalust: 100, 101, 110, 111, 000, 001, 010, 011): 3 bitti
 - 2^8 (512) 8 bitti=1 byte (bait)
 - 2^N sisaldab N bitti

- Suhtelist mõõtmistäpsust võib defineerida suhtena standardhälve/suuruse keskväärtus
- Suhteline mõõtmistäpsus 10^{-10} vastab $10/0.301=33$ bitti-le informatsiooni;
 10^{-18} vastab ~60 bitti
 10^{-21} (suurim katsetäpsus) ~70 bitti

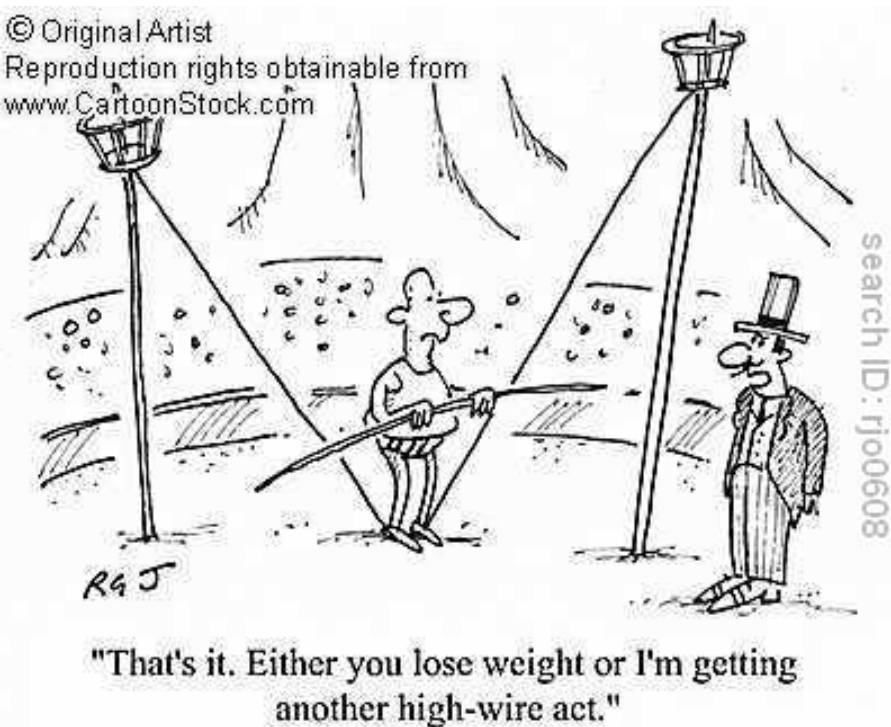
$$2^x = 10^N$$

$$x \lg 2 = N$$

$$x = N / \lg 2$$

$$\lg 2 = 0.301$$

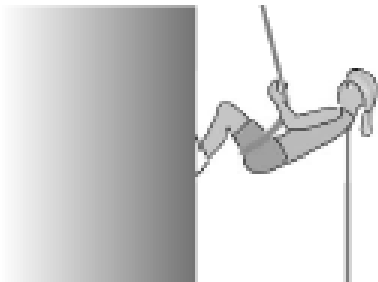
Millisel füüsikaseadusel põhineb ridva tasakaalustav omadus?



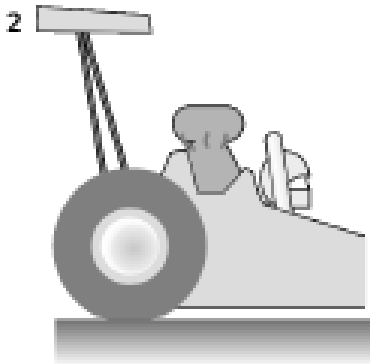
Üle Niagaara 2012

Kus on nendel piltidel jõupaarid Newtoni III seaduse mõttes?

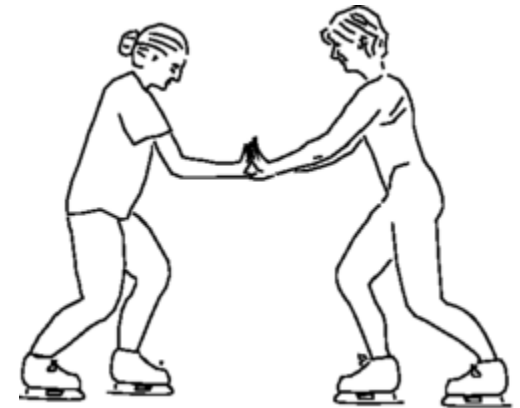
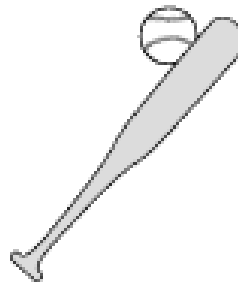
1



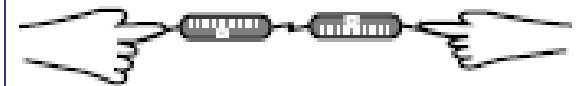
2



3



Kas jõud muutuksid ilma uiskudeta?
Miks?



b / Two people's hands exert forces on each other.

Mida näitavad dünamomeetrid?
Jõudude ja kiirenduse vahetork?

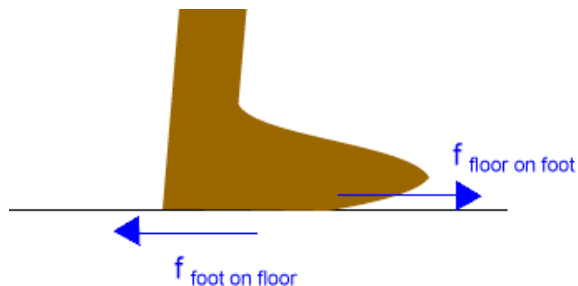
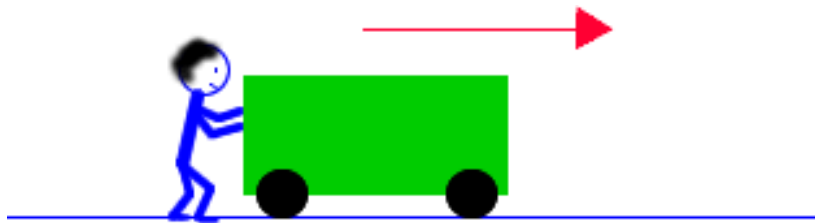


Kumb on Eesti Rammumees - Andres Murumets ?

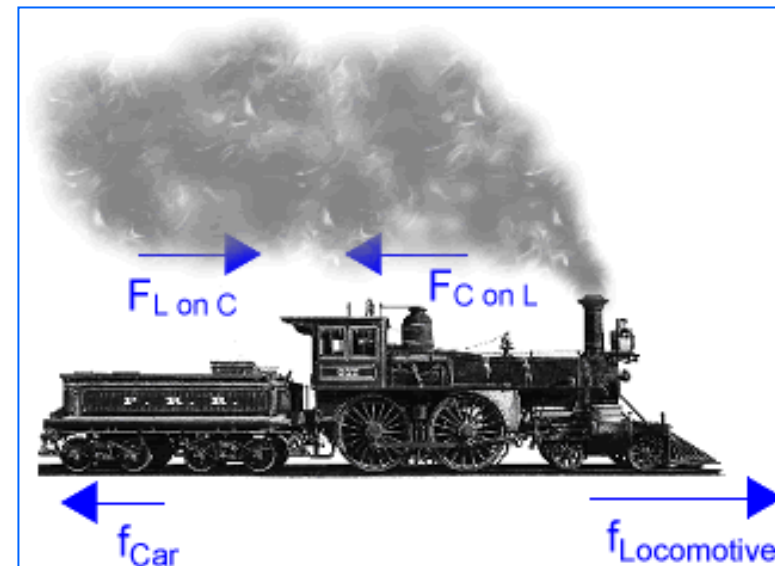
$$F_h = \mu N$$

Liikumise võimalikkus

- Jõud on võrdsed, kuid rakendatud erinevatele objektidele
- Kiirenduse saavad nii Maa kui ka keha
- Masside suure erinevuse tõttu liigub vaid keha



- Miks on vedurid nii rasked?
- Miks neil niipalju rattaid on, kui hõõrdumine kontaktpindalast ei sõltu?

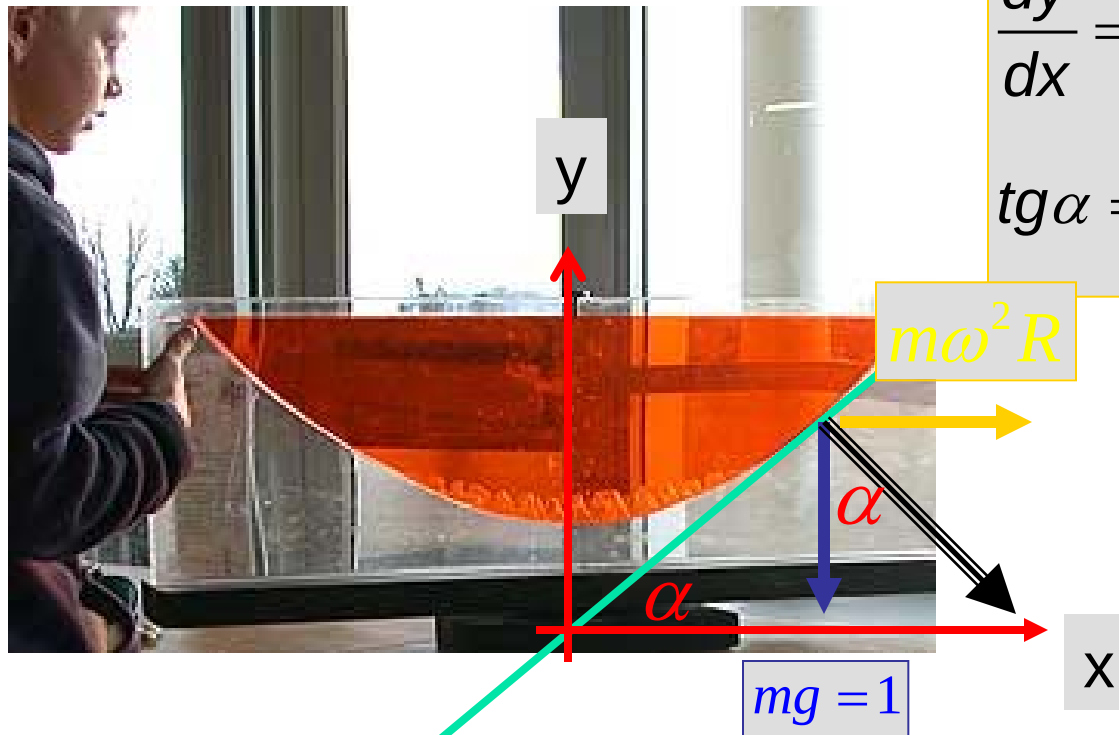


“Maapind” pöörlevas taustüsteemis jälgib parabooli kuju

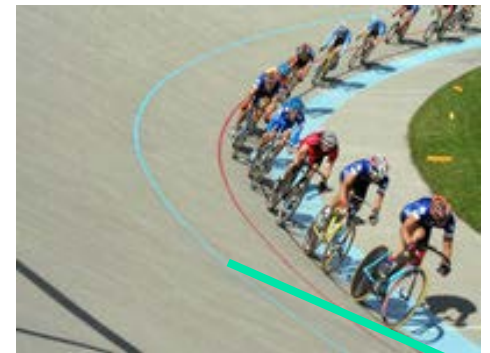
Parabooli võrrand : $y = cx^2$

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha = (2c)x = \operatorname{const} \cdot x$$

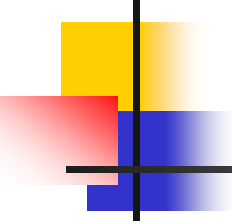
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m\omega^2 R}{mg} = \operatorname{const} \cdot R$$



“Põranda” tasand antud parabooli punktis



Muutuva kaldega ovaal lubab igal kiirusel ohutut sõitu



Tudengi küsimus

Miks ei saavuta keha gravitatsiooniväljas langedes valguse kiirust?

Põhjendus: kiiruse kasvades kasvab relativistlik mass, massi kasvades peaks kasvama ka gravitatsiooniline tõmbejõud ja keha peaks liikuma lõpmatult kiirenevalt.

Lühike vastus oleks, et seda takistab energia jäävuse seadus. Lõpmatu massiga keha liigutamiseks oleks vaja ka lõpmata palju energiat.

Olulisem on aga mõista, et kõigil teooriatel/mudelitel on oma rakendusvaldkond ja nad ei kehti väljaspool neid rakenduspiire.

Newtoni (klassikalise) gravitatsiooniteooria valem $F = G \frac{mM}{r^2}$ kehtib (1) väikestel (mitterelativistlikel) kiirustel liikuvate ja (2) üksteisest kaugel asuvate kerakujuliste kehade puhul. r tähistab kehade raskuskesete vahelist kaugust. S.t. see valem ei kehti ei kiirustel, mis mõjutavad keha massi, ega ka kehade suurusega võrreldes väikestel kaugustel.

Kui aga siiski tahta massi muutustest tingitud effekte arvestada, siis tuleks rakendada relatiivsusteooria valemeid, mida ma siinkohal tegema ei hakka.

Staatilise ja dünaamilise hõõrdejõu erinevust kasutatakse suusatehnikate juures. Kuidas?

Tartu maraton 2006



Hõõrdumine on oluline

Ilma hõõrdumiseta

- Oleks võimalik vaid reaktiivliikumine (“Must jää”)
- Kuulike kaldteel mitte ei veereks, vaid libiseks
- Kruvid/naelad ei jääks seina/põrandasse kinni
- Püramiidi/majad laguneksid väikseima tuulepuhangu peale
- Teadmiseks: looduses esineb madalatel temperatuuridel nii ülijuhtivust kui ülivoolavust

Miks on raske järsul kaldteel püsida?

Libisemise tingimus

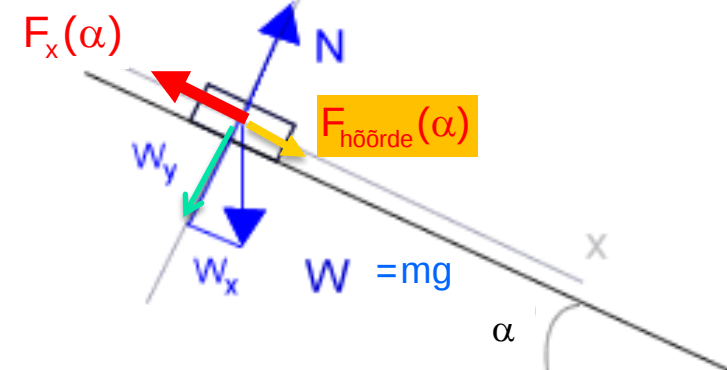
$$F_x(\alpha) = F_{\text{hõõrde}}(\alpha)$$

Hõõrdejõud sõltub nurgast

$$F_{\text{hõõrde}}(\alpha) = \mu W_y(\alpha)$$

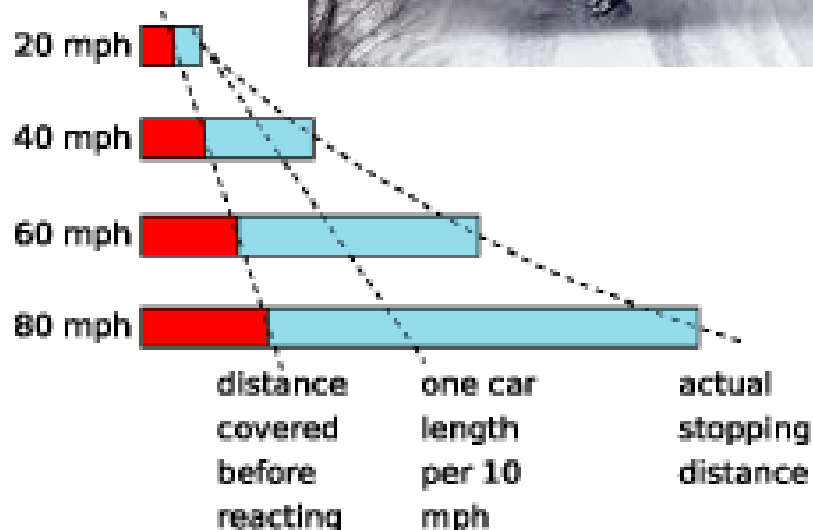
$W_y(\alpha)$ – normaalisuunaline jõud

$F_{\text{hõõrde}}(\alpha)$ suundvastupidine $F_x(\alpha)$



Hõõrdetegur (dimensioonitu suurus)

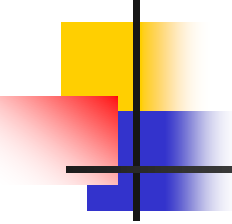
Auto pidurdusteekond



Seisu- ja liughõõrdetegurite väärtusi

Pinnad	Seisuhõõrdetegur	Liughõõrdetegur
klaas-klaas	0,95	0,4
puu-puu	0,25.....0,50	
teras-teras	0,7	0,4
teras-teras+õli	0,15	0,08
teemant-teemant	0,1	
jää-jää (0°)	0,05.....0,15	
jää-jää (-40°)		0,075
jää-jää (-80°)	0,5	0,09
teflon-teflon	0,04	0,04
kõhr-kõhr+liigesevõie		0,003

Jää libedus sõltub T

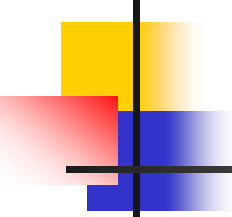


Näide

Näide 2.15. *Formel-I võidusõiduautot kiirendatakse kurvist väljudes kiiruselt 67 km/h kiiruseni 293 km/h kolme sekundiga. Mitme g kordne kiirendus see on?*

Kiirenduseks saame

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{293 - 67}{3,6 \cdot 3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 20,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 2,1 \text{ g}.$$



Näide

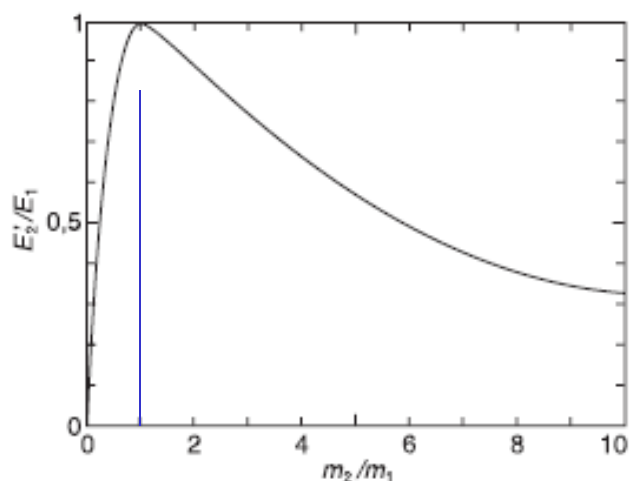
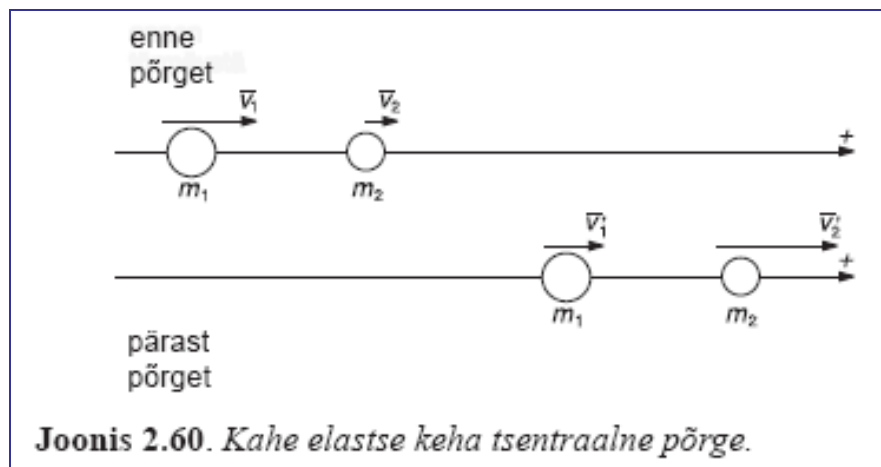
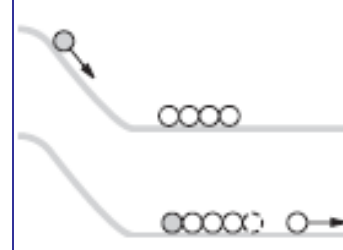
Näide 2.14. *Loomade hüppamine.*

Eeldame, et loomad on oma elastsete omaduste poolest ühesugused (vt. lk. 196). Lihaste jõud F on võrdeline $M^{3/4}$, mistõttu kiirendus hüppel on

$$a = \frac{F}{M} \propto \frac{M^{3/4}}{M} \propto M^{-1/4}.$$

Tõuke pikkus $s \propto L \propto M^{1/4}$. Algkiirus ei sõltu massist ($v = \sqrt{2as} \propto M^0$), mistõttu erinevad loomad hüppavad ligikaudu samale kõrgusele ($h = v^2/(2g)$).

Näide: Kahe keha tsentraalne põrge



Olgu keha 2 (mass m_2) algul paigal. Liikumishulga jäävuse seadus sel juhul on $m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$ ja võrrand (2.57) võtab järgmise kuju $v_1 = v_2' - v_1'$. Neist võib välja arvutada põrkejärgsed kiirused

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

ja

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1.$$

Esimesest võrrandist on näha, et kehade masside suhteline suurus määrab põrkejärgsete kiiruste suuna.

Kui $m_1 > m_2$, siis v_1' ja v_1 on samasuunalised.

Kui $m_1 = m_2$, siis $v_1' = 0$ ja $v_2' = v_1$. Kehad "vahetavad" sel juhul kiirusi.

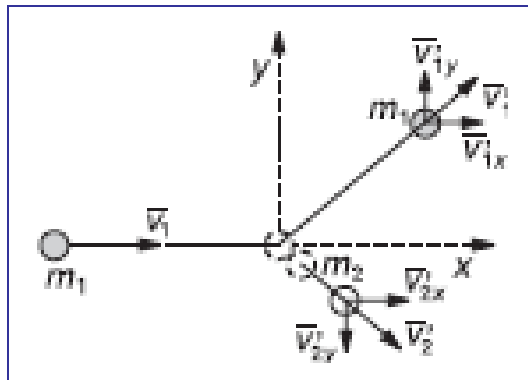
Kui $m_1 < m_2$, siis v_1' ja v_1 on vastassuunalised.

Kiiruse v_2' avaldist kasutades saab leida keha 2 põrkejärgse liikumisenergia E_2' ja keha 1 põrke-eelse liikumisenergia E_1 suhte:

$$\frac{E_2'}{E_1} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$$

Näide:

Kahe keha mittetsentraalne põrge



■ Näita, et võrdsete massidega kuulid elastselt põrkudes lahknevad 90 kraadise nurga all

Näide 2.31. Olgu keha 2 algul paigal ja keha 1 liikugu tema poole kiirusega $\vec{v}_1$. Peale põrget keha 1 kiirus on $\vec{v}'_1$. Milline on keha 2 kiirus?

Kuna impulss on vektor, siis ka tema komponendid on ühesuurused enne ja pärast põrget. Olgu x-telg suunatud vektori $\vec{v}_1$ suunas (joon. 2.58). Siis enne põrget:

$$p_x = m_1 v_{1x} \quad \text{ja} \quad p_y = 0,$$

ja pärast põrget:

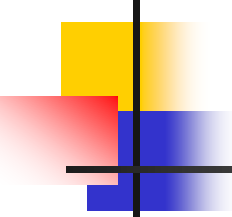
$$p'_x = m_1 v'_{1x} + m_2 v'_{2x}$$

$$p'_y = m_1 v'_{1y} + m_2 v'_{2y}$$

Komponendid säilivad ehk $p_x = p'_x$ ja $p_y = p'_y$. Asendades siia impulsi komponentide avaldised, saame välja arvutada keha 2 kiiruse komponendid pärast põrget:

$$v'_{2x} = \frac{1}{m_2} (m_1 v_{1x} - m_1 v'_{1x}),$$

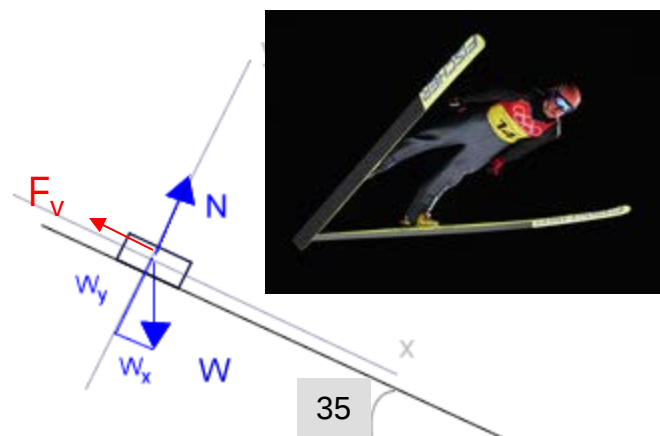
$$v'_{2y} = \frac{m_1}{m_2} v'_{1y}.$$



Õige väide on....

- Maa ja Kuu vaheline gravitatsioonijõud on sama suur kui Kuu ja Päikese vahel mõjuv gravitatsioonijõud.
- Gravitatsioonijõud hoiab planeete tiirlevana meie Päikesesüsteemis, sest nad on suure massiga, kuid väikese massiga kehasid (kosmoselaevad, kosmonaudid, väikesed asteroidid) ei suuda Päikese gravitatsioonijõud kinni hoida.
- Kõik astronoomilised kehad liiguvad meie Päikesesüsteemis mööda suletud orbiite.
- Päikesesüsteem tiirleb ümber meie galaktikakeskme gravitatsioonijõu mõjul nii, nagu planeedid tiirlevad ümber Maa.
- Kuu peal käinud astronautid tõmbusid Kuu poole tänu elektromagnetilisele vastastikmõjule, Kuu tiirleb Maa ümber tänu gravitatsioonilisele vastastikmõjule.
- Päike mõjutab Maad sama suure gravitatsioonijõuga kui Maa Päikest.
- Komeetidele, mis liiguvad piki kinnisi elliptilisi orbiite ümber Päikese, mõjub igas trajektoori punktis ühesugune gravitatsioonijõud.

Näide



Näide 2.16. Kui suur on suusahüppajale (massiga $m = 55 \text{ kg}$) mõjuv takistusjõud hüppaja laskumisel hoovõtumäest alla, kui stardipuki ja äratõukekoha vaheline kõrguste vahe on 40 m , mäe kaldenurk 35° ja hüppaja kiirus äratõukekohas 90 km/h ?

Hüppaja poolt läbitud tee pikkus on

$$s = \frac{h}{\sin 35^\circ} = \frac{40 \text{ m}}{\sin 35^\circ} = 69,7 \text{ m}.$$

Kiirenduse leiame võrrandi (2.12) alusel

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{(25 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 69,7 \text{ m}} = 4,48 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Newtoni teise seaduse järgi $mg \sin \theta - F_v = ma$, millest

$$F_v = mg \sin \theta - ma = \dots \approx 63 \text{ N}.$$

Takistusjõud on põhjustatud suuskade ja lume vahelisest hõõrdumisest ja õhutakistusest.

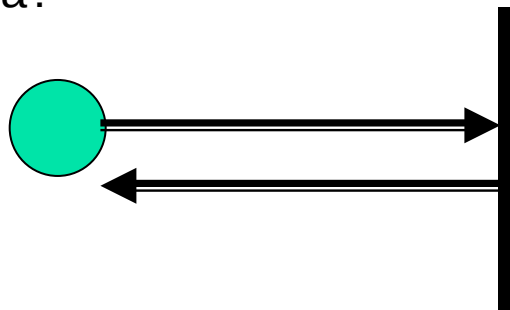
Põrked, sh aatomite ja molekulide



Arutlege sümbolites.

Palli **elastsel** põrkel seinaga

- Milline impulss kantakse seinale üle?
- Kui suure jõuga mõjutatakse seina?

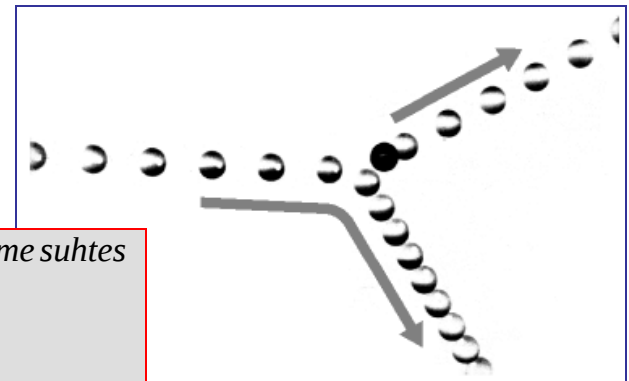
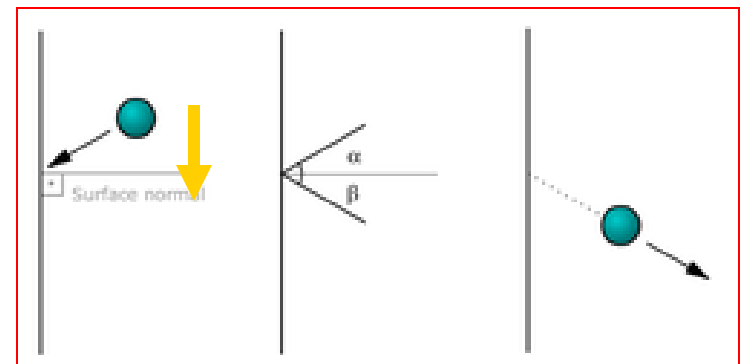


→ + telje suund

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$$

$$m_1 \Delta \vec{v}_1 = -m_2 \Delta \vec{v}_2$$

- Liikumised ristiolevate telgede suhtes on sõltumatud

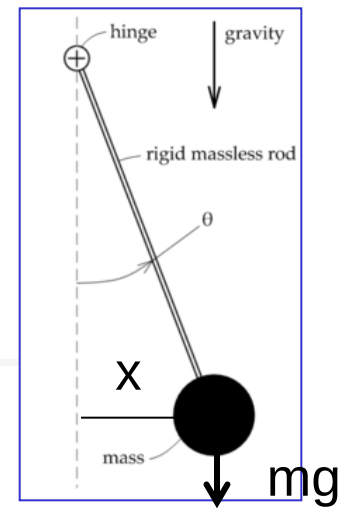


Masskeskme suhtes

$$\sum \vec{p}_i = 0$$

kehtib igal ajahetkel

Rakendusi: Pendel kui raskuskiirenduse mõõtja



$$F_x = -kx$$

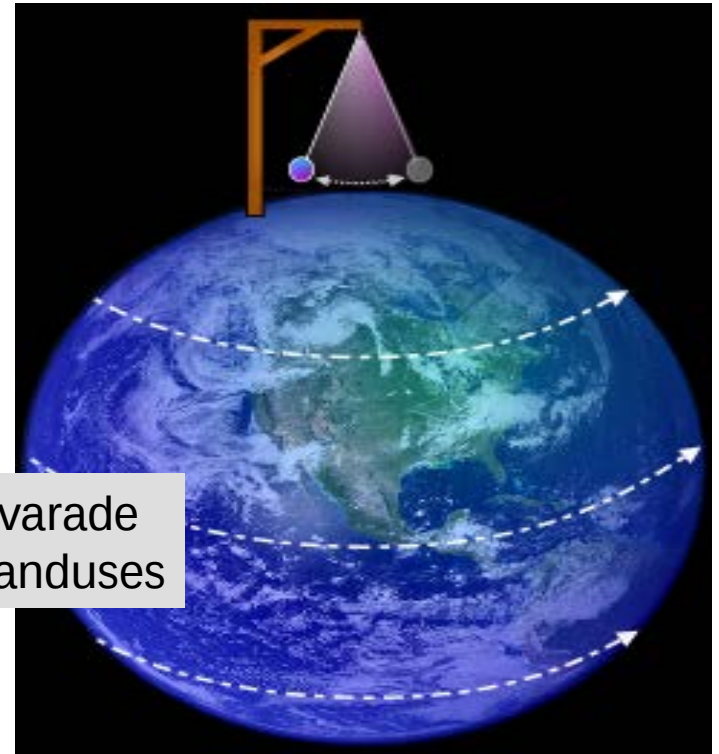
$$\frac{x}{L} = -\frac{F_x}{mg}; \quad \frac{x}{L} = \frac{kx}{mg} = \frac{\omega^2 x}{g}$$

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \frac{1}{T} = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Kasutatakse nt maavarade otsimiseks ja ka sõjanduses

Valem kehtib vaid väikestel Kõrvalekalletel. Kui väikestel?



Rõhk

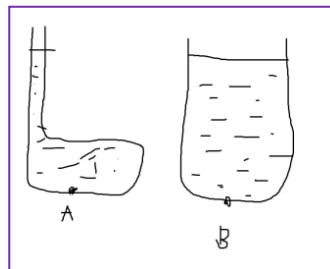
$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

$$1 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ bar}$$

Mariaani süvikus
(~11 km sügav):
0.11 GPa

- Ühikulisele pinnale mõjuv jõud, $P = F/A$
- Jõud on vektor, aga rõhk on skalaarne suurus
- Prantsuse matemaatiku Blaise Pascali (1623-1662) seaduse (1647) ehk **hüdrostaatika põhiseaduse** kohaselt kandub rõhk vedelikus või gaasis edasi igas suunas ühteviisi
- Rõhk sõltub vaid vedeliku samba kõrgusest pinna kohal, mitte anuma kujust või tema põhja pindalast

$$F = mg = \rho Vg = \rho Ahg$$
$$P = \frac{F}{A} = \frac{\rho Ahg}{A} = \rho gh$$

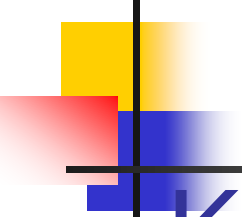


Otto von Guericke katse
Magdeburg 1657



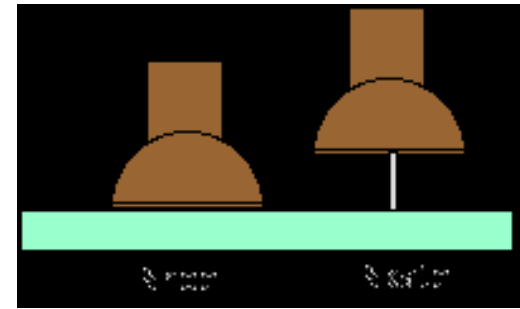
Pressure at the center of the:

- EARTH = 300 GPa
- URANUS = 600 GPa
- SATURN = 1400 GPa
- JUPITER = 2000 GPa



Kuidas sääsk oma nõelaga nii
hõlpsalt meie naha läbistab?
Kas tal on lihtsalt nii palju
jõudu?
Või on ta nii osav?
?

Rõhk vs jõud



- Pressure and force are related but different concepts in physics
- Force is a push or a pull that induces motion, changes state of motion, or stops a moving body when applied.
- On the other hand, pressure is force spread over a surface area or force per unit area.
- Force is a vector quantity while pressure is a scalar quantity.

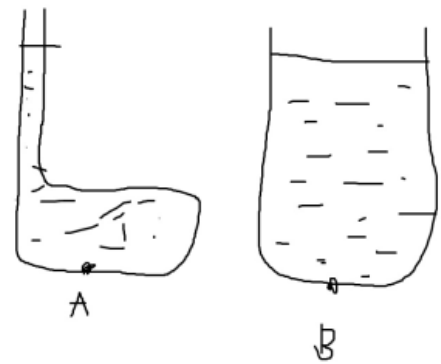
<http://www.differencebetween.com/difference-between-force-and-vs-pressure/#ixzz1iCYJMXtX>

Rõhk sõltub vaid vedeliku samba kõrgusest pinna kohal

$$F = mg = \rho Vg = \rho Ahg$$

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\rho Ahg}{A} = \rho gh$$

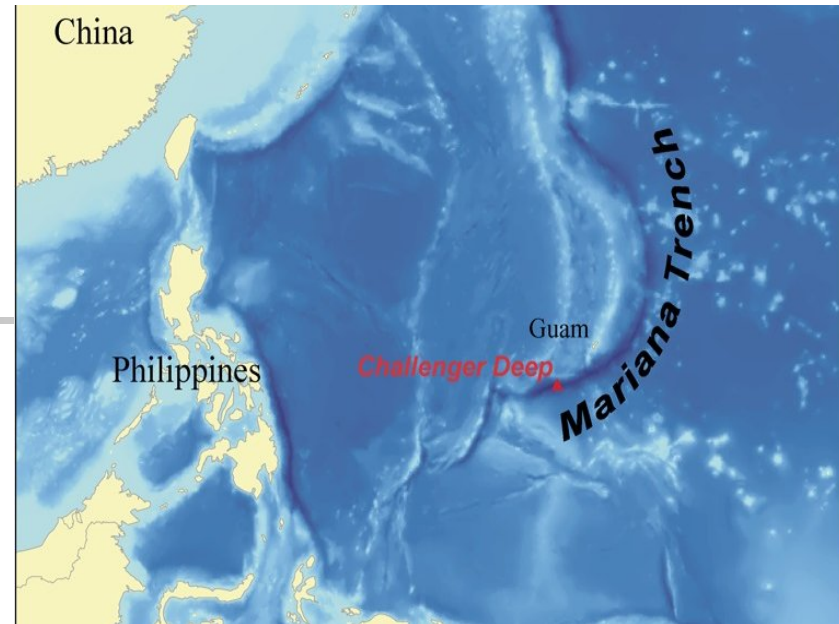
Rõhk vs jõud



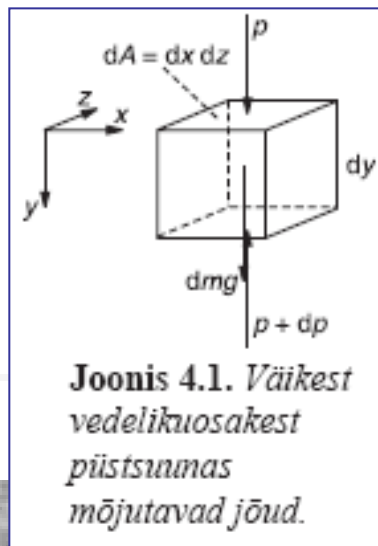
- Actually, the force needed to lift the water is exactly the same in both containers, assuming the bottom of the containers have the same cross-sectional area. To lift the water, you just need to overcome the water pressure over the entire area of the piston. Both pressure and the area are the same for both containers, so force should also be the same.
- This is counterintuitive, but it doesn't violate any laws of physics. The natural question would be to ask where all the energy went in lifting the water by a small distance L , since both containers should have received $F \cdot L$ of energy from the piston. For the right container, the water's center of mass rises by L , so the water gains mgL of potential energy. For the left container, the water is forced into a thin tube, so its center of mass rises by much more than L .
- Although the water also has less mass, this difference in mass is more than offset by the larger increase in center of mass, so this is where all the work went.

Kokkulitsutud elu

- Mariaani süviku põhi (~11 km allpool ookeani pinda) kihab bakteritest
- Seal elavad ka ainuraksed hiidamööbid (raku läbimõõt >10 cm)
- Kõrvaloleval pildil olev tompkala (*blobfish*) elab 600-1200 m sügavuses

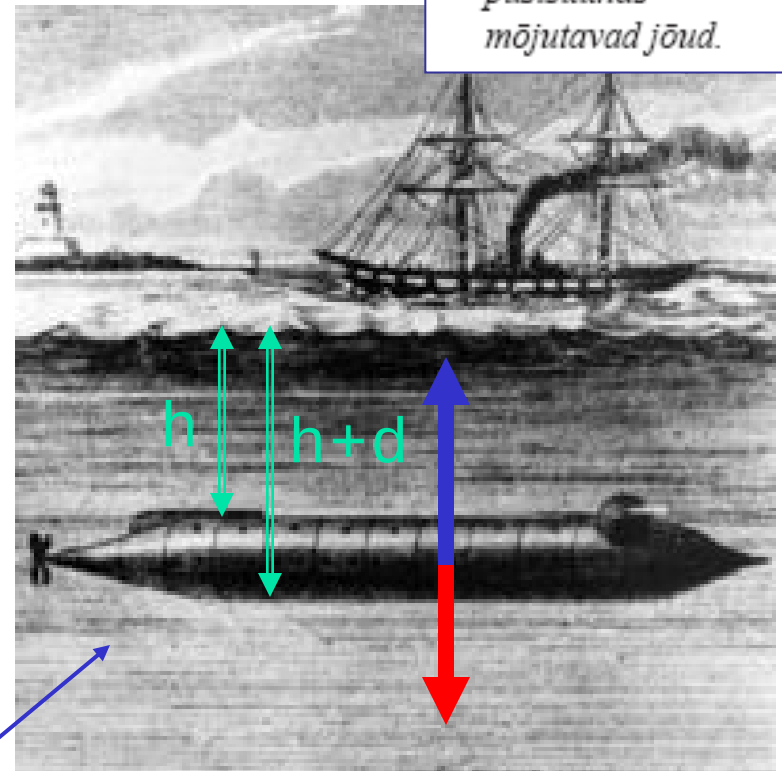


Üleslükkejõud ja rõhk



$$F_{\text{üleslüke}} = -\rho_{\text{keskkond}} V g = -\rho_{\text{keskkond}} A h g$$

$$P = \frac{F_{\text{üleslüke}}}{A} = \frac{-\rho_{\text{keskkond}} A h g}{A} = -\rho_{\text{keskkond}} g h$$



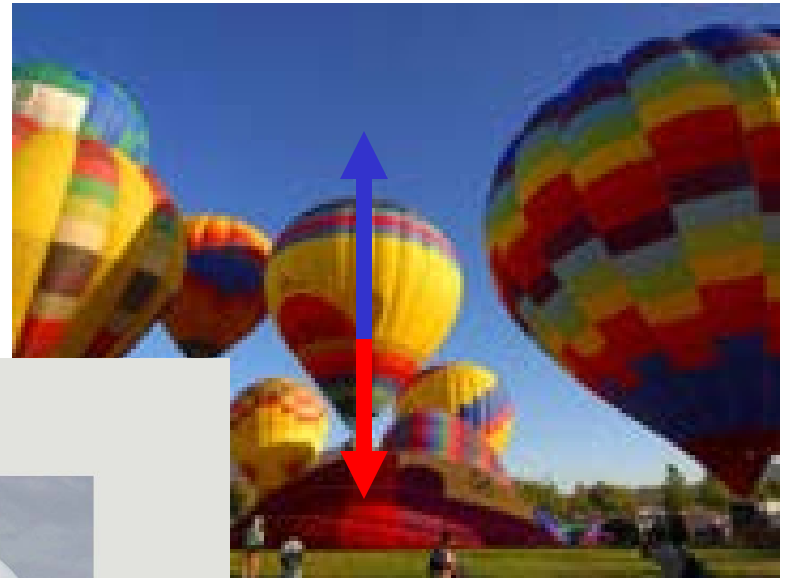
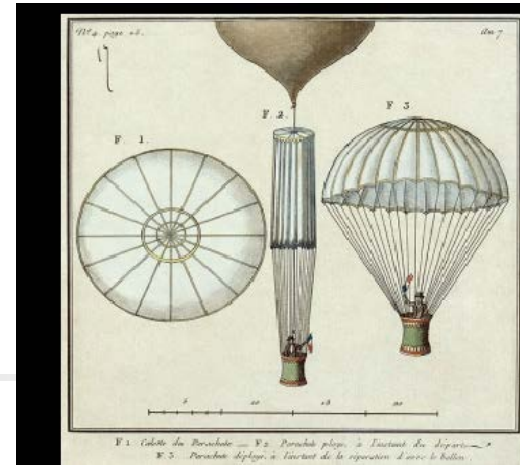
$$F_{\text{buoyancy}} = d^2 \rho g (h_{\text{top}} - h_{\text{bottom}})$$

Inimesed allveelaevas pole kaaluta olekus. Selles erinevus orbitaallennust.

Vendade Montgolfier de esimene õhupallilend (1782)

Üleslükkejõud mõjub ka gaasilises keskkonnas

- Aitab mh kaasa lindude migratsioonile



Dirizaabli esimene lend (1900)

$$F_{\text{kaal}} = F_{\text{raskus}} + F_{\text{üleslüke}}$$

$$F_{\text{üleslüke}} = -\rho_{\text{keskkond}} Vg$$

$$F_{\text{kaal}} = (\rho_{\text{keha}} - \rho_{\text{keskkond}}) Vg$$

Mehaaniline tasakaal

- Mehaanilises tasakaalus keha ei kulge ega pöörle

- Keha on tasakaalus parajasti siis, kui:

- temale mõjuvate jõudude vektorsumma on 0
- temale mõjuvate jõumomentide summa on 0

$$\sum \vec{F}_i = 0$$
$$\sum \vec{M}_i = 0$$

- Jõumomendiks (*torque*) nimetatakse jõu ja tema õla pikkuse vektorkorrutist

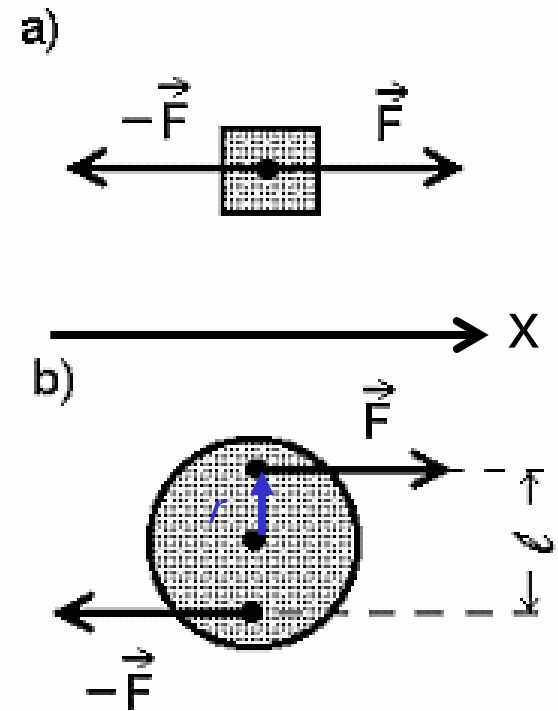
- Vektorkorrutise tulemus on vektor pikkusega:

$$\vec{M} = \vec{r} \otimes \vec{F}$$

- Selle vektori suund on määratud kruvireeglga

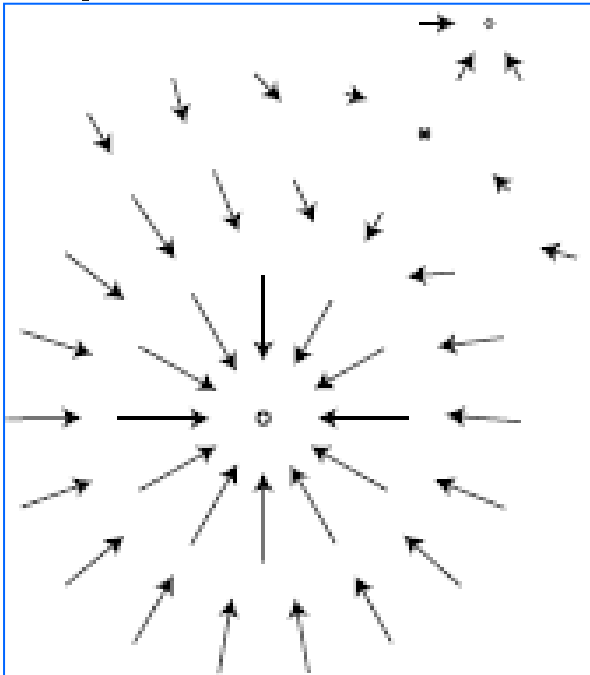
- Paneme tähele vektorite järjestust!
Vektorkorrutis ei ole kommutatiivne!
Miks?

$$|\vec{M}| = |\vec{r} \times \vec{F}| = rF \sin \alpha$$

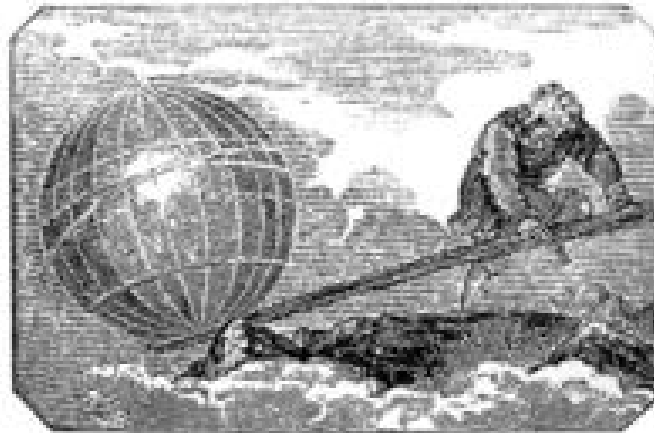


Milline neist 2-st süsteemist on tasakaalus?
Jõumomendi vektori suund?

Kus asub Maa ja Kuu raskuskese?



h / The gravitational fields of the earth and moon superpose. Note how the fields cancel at one point, and how there is no boundary between the interpenetrating fields surrounding the two bodies.



60

1



g / The moon's acceleration is $60^2 = 3600$ times smaller than the apple's.

Size Exclusion Chromatography

- Vabas tõlkes: Suuruse järgi selektiivne kromatograafia
- SEC kasutab sedimentatsiooni gravitatsiooniväljas. Vahel rakendatakse ka välist rõhku
- Suured molekulid uhutakse enne välja kui väikesed molekulid
- Tulemus sarnane elektroforeesile

